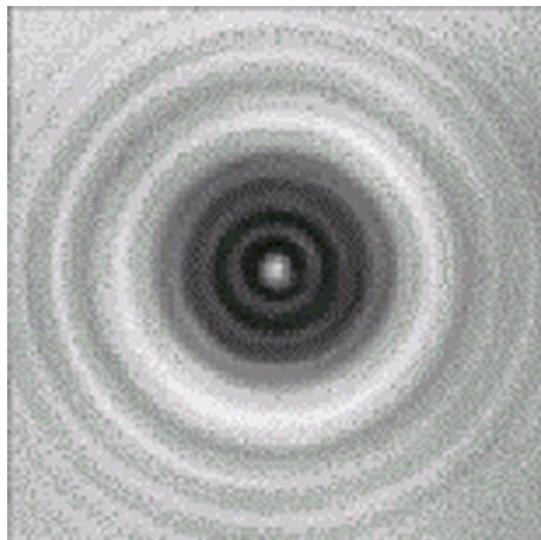


ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Методические указания по физике
для студентов



Иваново

2007

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

Ивановский государственный химико-технологический университет

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Методические указания по физике
для студентов

**Составители: А.М. Погребной
Т.П. Погребная
Г.И. Пузырева**

Иваново 2007

Составители: А.М. Погребной, Т.П. Погребная, Г.И. Пузырева.

УДК 53(07)

Волновая оптика: методические указания по физике для студентов/ Сост.: А.М. Погребной, Т.П. Погребная, Г.И. Пузырева; ГОУ ВПО Иван. гос. хим.-технол. ун-т. – Иваново, 2007. – 80 с.

Методические указания содержат теоретическую часть, примеры решения задач по волновой оптике и варианты заданий для самостоятельного решения. В теоретической части изложены основные законы и понятия, описывающие явления волновой оптики: интерференцию, дифракцию и поляризацию света.

Методические указания соответствуют программе по физике для студентов технических вузов и рекомендуются для самостоятельной работы студентов при подготовке к коллоквиумам, контрольным работам и экзаменам.

Ил. 55. Библиогр.: 12 назв.

Рецензент: кандидат химических наук В. М. Петров
(Ивановский государственный университет).

Редактор В.Л. Родичева

Подписано в печать 24.10.2007.

Формат 60 × 84 1/16. Бумага писчая. Усл. печ. л. 4,65.

Уч.-изд. л. 5,16. Тираж 200 экз. Заказ .

ГОУ ВПО Ивановский государственный химико-технологический университет
Отпечатано на полиграфическом оборудовании кафедры экономики и финансов
ГОУ ВПО «ИГХТУ»

153000, г. Иваново, пр. Ф. Энгельса, 7.

ВВЕДЕНИЕ

Оптика изучает свойства света и взаимодействие его с веществом. Изучение оптических явлений началось во времена глубокой древности и отражено в трудах Аристотеля, Евклида, Платона, Птолемея, Снеллиуса. К концу XVII века сформировались две различные теории о природе света: корпускулярная теория Ньютона и волновая теория Гюйгенса. Обе теории правильно объясняли законы отражения и преломления света и длительное время существовали параллельно. Однако авторитет Ньютона был настолько велик, что большинство ученых отдавало предпочтение корпускулярной теории. Позднее были открыты такие явления, как интерференция, дифракция и поляризация света. Эти явления можно было объяснить только с позиций волновой теории. Большой вклад в развитие волновой теории света внесли Френель (1818), Кирхгофф (1882), Фраунгофер (1821) и др. В 60-х годах XIX века Максвелл, обобщив экспериментальные результаты и законы электромагнетизма, разработал единую теорию электромагнитного поля, предсказавшую электромагнитную природу света.

На рубеже XIX–XX веков появились экспериментальные данные о тепловом излучении нагретых тел, спектрах атомарных газов, фотоэлектрическом эффекте, давлении света. Полученные результаты говорили о том, что свет испускается и поглощается порциями – квантами. Планк и Эйнштейн в начале XX века создают квантовую теорию света, которая в определенном смысле возродила корпускулярную теорию Ньютона.

По современным представлениям, свет – это сложный электромагнитный процесс, обладающий как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Таким образом, свет обладает двойственной природой, называемой корпускулярно-волновым дуализмом.

В основе волновой оптики лежат уравнения Максвелла и вытекающие из них соотношения для электромагнитных волн. В данной работе рассматриваются законы классической волновой оптики, которые справедливы для так называемых линейных сред. Оптические свойства таких сред не зависят от интенсивности света, что имеет место только при слабых полях. Распространение мощного лазерного излучения изменяет физические свойства среды, такие как плотность, показатель преломления, коэффициент поглощения и т.д. Законы распространения света с большой интенсивностью изучает нелинейная оптика.

I. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Интерференцией света называется наложение когерентных световых волн, в результате которого происходит перераспределение световой энергии в пространстве, и в одних точках пространства наблюдается усиление световых колебаний, а в других – ослабление. *Когерентными* называются волны, имеющие одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз колебаний.

Никакие два светящихся тела, кроме лазеров, не могут являться источниками когерентных световых волн. Свет от светящегося тела представляет собой совокупность множества электромагнитных волн, которые излучаются отдельными атомами и молекулами нагретого тела. Излучение электромагнитных волн происходит в результате переходов электронов в атомах из возбужденных состояний в состояния с меньшей энергией. Эти процессы в различных атомах происходят несогласованно, поэтому фазы колебаний излучаемых электромагнитных волн различны, т.е. такие волны не являются когерентными.

При наложении некогерентных волн перераспределения световой энергии не происходит, результирующая интенсивность равна сумме интенсивностей от всех источников.

При рассмотрении когерентности света необходимо учитывать пространственную и временную когерентность. Когерентность – это, другими словами, согласованность протекания колебательных процессов. Степень этой согласованности может быть различной.

Реальная волна, излучаемая естественным источником света, не является строго монохроматической. Спектр ее частот имеет конечную ширину $\Delta\nu$, т.е. включает частоты от $\nu - \Delta\nu/2$ до $\nu + \Delta\nu/2$. Промежуток времени $\tau_{\text{ког}}$, в течение которого разность фаз колебаний волны изменяется на 2π , называется временем когерентности: $\tau_{\text{ког}} = \frac{1}{\Delta\nu}$. Расстояние, на которое распространяется волна за время когерентности τ , называется длиной когерентности: $l_{\text{ког}} = \nu\tau_{\text{ког}}$, где ν – фазовая скорость волны. Чем данная волна ближе к монохроматической, тем меньше ширина $\Delta\nu$ и тем больше время и длина когерентности. Так, для солнечного света с длиной волны 500 нм длина когерентности составляет $\sim 0,05$ мм, а для излучения лазера непрерывного действия $l_{\text{ког}}$ достигает $\sim 10^3$ м.

1.1. Методы получения когерентных источников света

Для получения когерентных световых волн прибегают к искусственному приему: волновой фронт разбивают каким-либо образом на две части, в результате образуются два источника когерентных волн, которые интерферируют в области их перекрывания, называемой *полем интерференции*. На экране, помещенном в поле интерференции, может наблюдаться интерференционная картина – чередующиеся максимумы и минимумы освещенности.

Щели Юнга. На рис. 1.1 приведена схема опыта Юнга для наблюдения интерференции света от двух щелей. Источником света служит освещенная щель S в экране A_1 . Свет от нее падает на второй экран A_2 , в котором имеются две одинаковые щели S_1 и S_2 , параллельные S . Источники колебаний S_1 и S_2 , согласно принципу Гюйгенса, являются вторичными источниками волн. Так как волны, исходящие от S_1 и S_2 , получены разделением одного и того же волнового фронта, исходящего из S , то они являются когерентными и в области перекрывания на экране \mathcal{E} дают интерференционную картину.

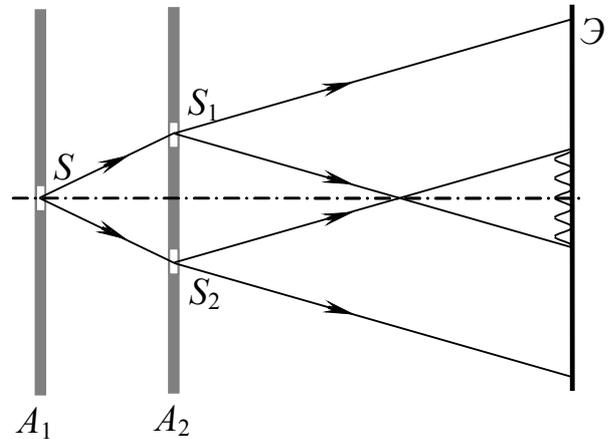


Рис. 1.1

Зеркала Френеля. Два плоских соприкасающихся зеркала расположены так, что их отражающие поверхности образуют угол, близкий к 180° (рис. 1.2). Волновой фронт, идущий от источника света S , разделяется с помощью зеркал на две части. Когерентными источниками света здесь являются мнимые изображения S_1 и S_2 в зеркалах. Заслонка $З$ не позволяет свету попадать прямо на экран \mathcal{E} , не отразившись от зеркал.

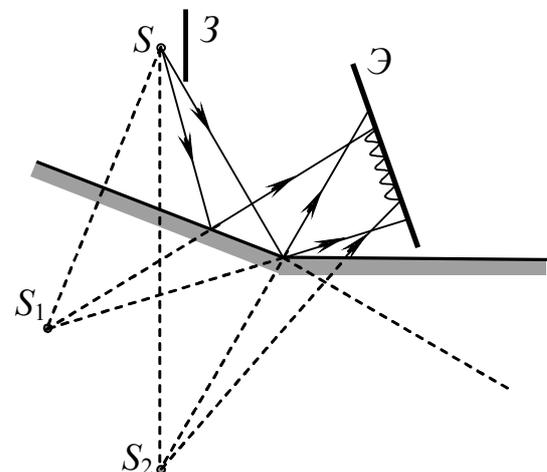


Рис. 1.2

Бипризма Френеля. Для разделения волны на две части используется призма с углом при вершине, близким к 180° (рис. 1.3). Источником света является ярко освещенная щель S , установленная

строго параллельно ребру призмы. Свет от источника S преломляется в бипризме. При этом образуются два световых пучка, исходящие от мнимых когерентных источников S_1 и S_2 , лежащих в одной плоскости с S .

Билинза Бийе. Две половины собирающей линзы, разведены на небольшое расстояние друг от друга (рис. I.4). Промежуток между половинками линзы закрыт заслонкой $З$. Когерентными источниками являются действительные изображения источника S в полулинзах S_1 и S_2 .

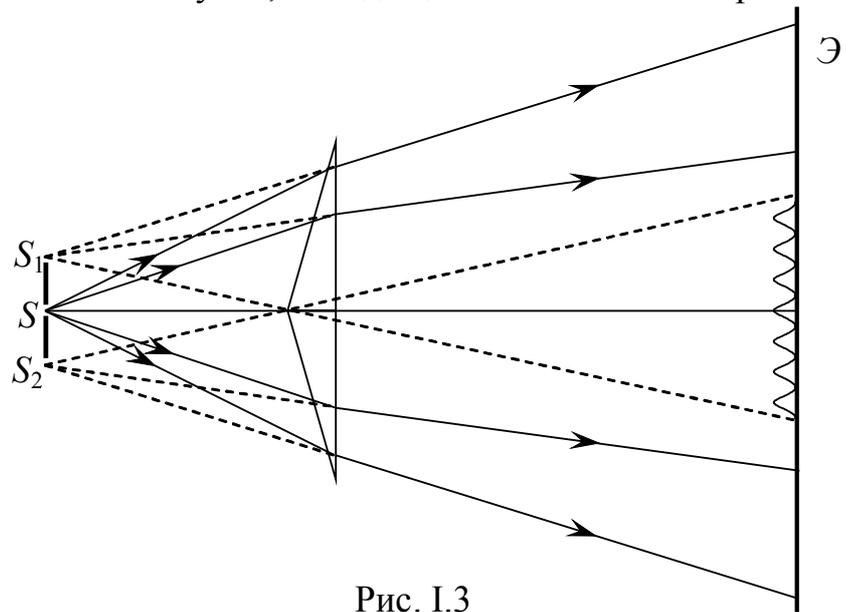


Рис. I.3

Зеркало Ллойда. Пучок света от точечного источника S падает на плоское зеркало. Отраженный свет, встречаясь с пучком света, вырезаемым диафрагмой D (рис. I.5), дает на экране интерференционную картину. Роль когерентных источников играют источник S и его мнимое изображение в зеркале S_1 .

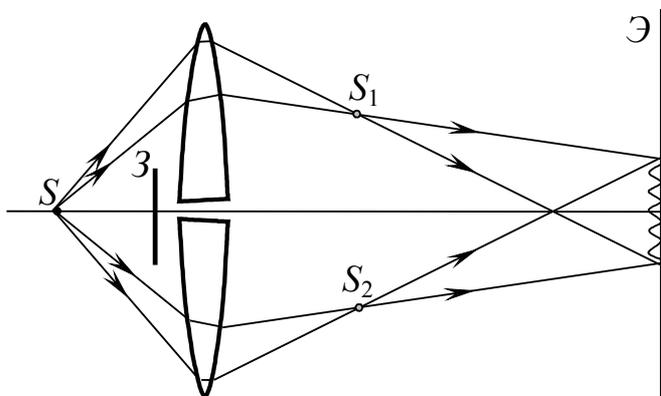


Рис. I.4

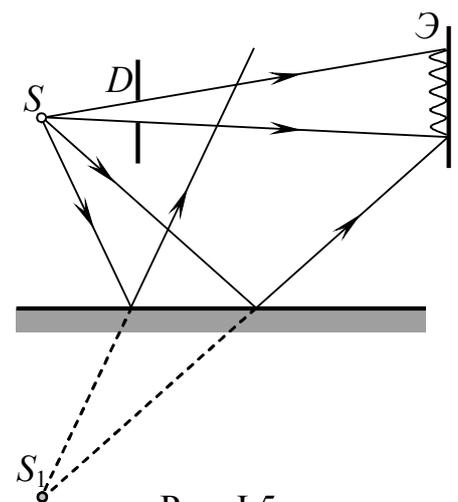


Рис. I.5

I.2. Условия максимумов и минимумов при интерференции света

Пусть две волны одинаковой частоты накладываются друг на друга и возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2).$$

Для определения результирующей амплитуды A воспользуемся векторной диаграммой (рис. I.6). В соответствии с теоремой косинусов получаем:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta, \quad (\text{I.1})$$

где $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$ есть разность фаз колебаний.

В случае некогерентных волн δ непрерывно изменяется и принимает с равной вероятностью любые значения от 0 до 2π . Вследствие этого среднее по времени значение $\langle \cos \delta \rangle = 0$. Поэтому

$$\langle A^2 \rangle = \langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle.$$

Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды колебаний ($I \sim A^2$), следовательно, при наложении некогерентных волн результирующая интенсивность равна сумме интенсивностей каждой из волн:

$$I = I_1 + I_2. \quad (\text{I.2})$$

В случае когерентных волн, как следует из формулы (I.1),

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \quad (\text{I.3})$$

Усиление интенсивности света происходит в тех точках пространства, для которых $\cos \delta > 0$ ($I > I_1 + I_2$). Если $\cos \delta = 1$, то $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ (усиление максимально). Ослабление интенсивности света происходит в тех точках, для которых $\cos \delta < 0$ ($I < I_1 + I_2$). Если $\cos \delta = -1$, то $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ (ослабление максимально). Особенно отчетливо интерференция наблюдается при условии равенства интенсивностей интерферирующих волн ($I_1 = I_2$): в максимумах $I = 4I_1$, а в минимумах $I = 0$. Для некогерентных волн при том же условии равенства интенсивностей результирующая интенсивность всюду одинакова и равна, согласно (I.2), $I = 2I_1$.

На рис. I.7 показаны два когерентных источника света S_1 и S_2 , находящиеся в средах с показателями преломления соответственно n_1 и n_2 ; r_1 и r_2 – расстоя-

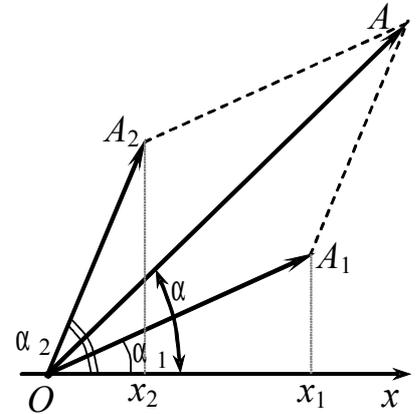


Рис. I.6

ния от источников до точки наблюдения P , расположенной на границе раздела двух сред. Разность расстояний $\Delta r = r_2 - r_1$ называется *геометрической разностью хода*. Произведение показателя преломления среды n на расстояние r называется *оптической длиной пути*:

$$L = nr. \quad (\text{I.4})$$

Разность оптических длин путей называется *оптической разностью хода*:

$$\Delta = n_2 r_2 - n_1 r_1. \quad (\text{I.5})$$

Получим связь между разностью фаз колебаний δ и оптической разностью хода Δ двух когерентных волн, приходящих в точку P . Воспользуемся уравнением бегущей волны

$$\xi = A \cos(\omega t - 2\pi \frac{r}{\lambda}).$$

Фазы первой и второй волны равны соответственно

$$\varphi_1 = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 \quad \text{и} \quad \varphi_2 = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2,$$

тогда разность фаз δ двух волн равна

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_2} - \frac{r_1}{\lambda_1} \frac{2\pi}{\lambda_1}.$$

Учтем, что $\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1}$ и $\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_2}$, где λ_0 – длина световой волны в вакууме. Тогда

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 r_2 - n_1 r_1),$$

Выражение, стоящее в скобках, в соответствии с (I.5), есть оптическая разность хода Δ . Таким образом, связь между разностью фаз колебаний δ и оптической разностью хода Δ двух когерентных волн определяется выражением

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta. \quad (\text{I.6})$$

Условие интерференционных максимумов. Из уравнения (I.1) следует, что если разность фаз равна четному числу π , т.е.

$$\delta = \pm 2k\pi,$$

где $k = 0, 1, 2, 3 \dots$, то в данной точке пространства происходит усиление колебаний. С учетом равенства (I.6) условие максимумов интерференции может

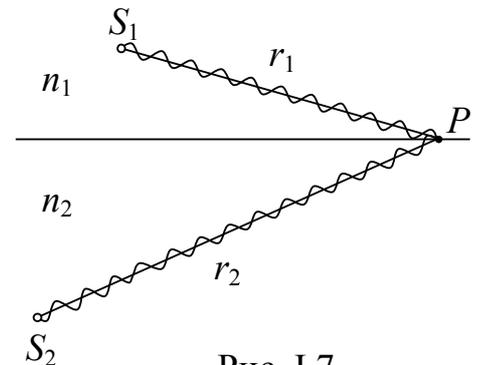


Рис. I.7

быть выражено через разность хода: *если оптическая разность хода двух когерентных волн равна четному числу полуволн в вакууме*

$$\Delta = \pm 2k \frac{\lambda_0}{2}, \quad (I.7)$$

то в данной точке волны усиливают друг друга, наблюдается максимум интенсивности света.

Условие интерференционных минимумов. Если разность фаз равна нечетному числу π , т.е.

$$\delta = \pm (2k + 1)\pi,$$

то в данной точке пространства происходит ослабление колебаний. С учетом формулы (I.6) условие минимумов интерференции может быть выражено через разность хода: *если оптическая разность хода двух когерентных волн равна нечетному числу полуволн в вакууме*

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (I.8)$$

то в данной точке волны гасят друг друга, наблюдается минимум интенсивности света.

При наблюдении интерференции в монохроматическом свете интерференционная картина представляет собой чередование светлых и темных участков. Интерференционная картина в белом свете приобретает радужную окраску.

I.3. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

Рассмотрим два когерентных источника света S_1 и S_2 , расстояние между которыми равно d (рис. I.8). В поле интерференции внесем экран, на котором будет наблюдаться интерференционная картина. Расстояние от источников до экрана равно l . Пусть на экране в некоторой точке P с координатой x наблюдается интерференционный максимум или минимум. Квадраты расстояний от источников S_1 и S_2 до точки P соответственно равны

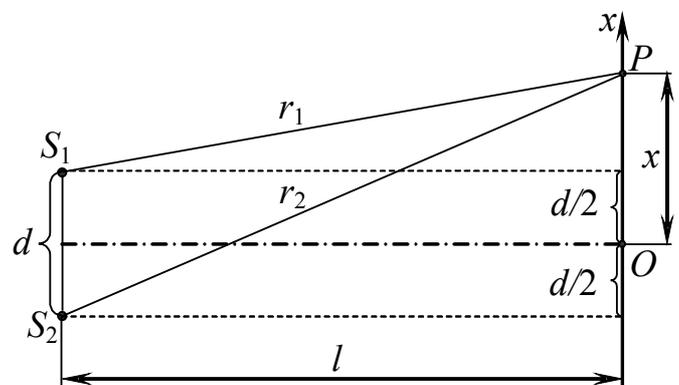


Рис. I.8

$$r_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, \quad (\text{I.9})$$

$$r_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2. \quad (\text{I.10})$$

Вычтем уравнение (I.9) из уравнения (I.10):

$$r_2^2 - r_1^2 = \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Выполнив преобразования, получим

$$(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd.$$

Интерференционная картина будет наблюдаться, если $d \ll l$ и $x \ll l$. Тогда $r_2 + r_1 \approx 2l$, т.е.

$$2l(r_2 - r_1) = 2xd,$$

откуда геометрическая разность хода $\Delta r = r_2 - r_1$ равна

$$\Delta r = \frac{xd}{l}.$$

Умножим правую и левую часть полученного уравнения на n (показатель преломления среды, в которой распространяются когерентные волны):

$$n\Delta r = n \frac{xd}{l}.$$

Слева имеем оптическую разность хода Δ , следовательно

$$\Delta = n \frac{xd}{l}.$$

В соответствии с условием интерференционного максимума (I.7)

$$n \frac{xd}{l} = \pm k\lambda.$$

Так как $\lambda/n = \lambda_0$, то для координат интерференционных максимумов имеем

$$x_{\max} = \pm k \frac{l\lambda_0}{d}. \quad (\text{I.11})$$

Аналогично, в соответствии с условием (I.8), получим формулу для координат интерференционных минимумов:

$$x_{\min} = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{l\lambda_0}{d}. \quad (\text{I.12})$$

Ширина интерференционной полосы Δx есть расстояние между соседними максимумами или соседними минимумами. Величину Δx можно определить, если

взять разность координат соседних максимумов (или соседних минимумов) $\Delta x = x_{k+1} - x_k$. Тогда ширина интерференционной полосы равна

$$\Delta x = \frac{l\lambda_0}{d}. \quad (\text{I.13})$$

1.4. Интерференция света в тонких пленках

Пусть на тонкую пленку (или на тонкую прозрачную пластинку) падает луч монохроматического света (рис. I.9) под некоторым углом α . Падающий луч в точке падения A частично отражается и частично преломляется в пленке. Луч, отраженный от нижней поверхности пленки в точке B , выходит из пленки в точке C . Волновая поверхность CD перпендикулярна отраженным лучам 1 и 2 . Эти лучи являются когерентными, поскольку образованы из одной световой волны. Лучи 1 и 2 фокусируются линзой L на экране \mathcal{E} в точке P , в которой происходит интерференция. В результате интерференции в точке P будет наблюдаться свет (если выполняется условие интерференционных максимумов) или темнота (если выполняется условие интерференционных минимумов). Результат интерференции можно наблюдать глазом. Поскольку лучи 1 и 2 параллельны друг другу, глаз должен быть аккомодирован в бесконечность. Оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна

$$\Delta = n(AB + BC) - AD - \frac{\lambda_0}{2},$$

где n – показатель преломления пленки, $\frac{\lambda_0}{2}$ – потеря полуволны при отражении луча 1 от оптически более плотной среды¹. Из рис. I.9 видно, что

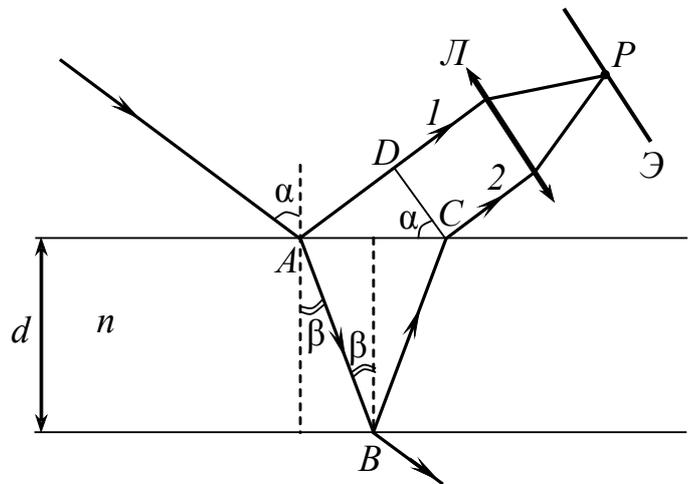


Рис. I.9

¹ При отражении световой волны от оптически более плотной среды фаза колебаний меняется на π радиан, что соответствует изменению разности хода на $\frac{\lambda_0}{2}$. При этом в выражении для оптической длины пути следует добавить (или вычесть) слагаемое $\frac{\lambda_0}{2}$.

$$AB = BC = \frac{d}{\cos\beta}; \quad AC = 2d \operatorname{tg}\beta; \quad AD = AC \sin\alpha = 2d \operatorname{tg}\beta \sin\alpha.$$

Тогда

$$\Delta = n \frac{2d}{\cos\beta} - 2d \operatorname{tg}\beta \sin\alpha - \frac{\lambda_0}{2} = n \frac{2d}{\cos\beta} - \frac{2d \sin\beta \sin\alpha}{\cos\beta} - \frac{\lambda_0}{2}.$$

Поскольку $\sin\alpha = n \sin\beta$, то

$$\Delta = n \frac{2d}{\cos\beta} - \frac{2dn \sin\beta}{\cos\beta} - \frac{\lambda_0}{2} = 2dn \frac{1 - \sin^2\beta}{\cos\beta} - \frac{\lambda_0}{2}.$$

Следовательно, оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна

$$\Delta = 2dn \cos\beta - \frac{\lambda_0}{2}, \quad (\text{I.14})$$

где d – толщина пленки, β – угол преломления. Учитывая, что $\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}$,

и выражая по закону преломления $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$, получим еще одну формулу для оптической разности хода лучей 1 и 2:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (\text{I.15})$$

Полосы равного наклона. На тонкую пленку толщиной d ($d = \text{const}$) падает рассеянный монохроматический свет ($\lambda_0 = \text{const}$). В рассеянном свете имеются лучи различных направлений, поэтому углы падения лучей принимают значения от 0 до $\pi/2$. Покажем на чертеже (рис. I.10) лучи, которые падают под некоторым углом α и лежат в плоскости чертежа. Лучи, отраженные от верхней и от нижней поверхности пленки фокусируются собирающей линзой L , в фокальной плоскости которой расположен экран \mathcal{E} . Освещенность в точке P на экране будет определяться оптической разностью хода интерферирующих лучей. Лучи, которые идут в другой плоскости, но падают под тем же углом α , соберутся линзой в других точках экрана на таком же расстоянии от точки O , что и точка P . Таким образом, лучи рассеянного света, падающие под углом α , создадут на экране одну и ту же освещенность (по окружности или по дуге окружности с центром в точке O).

Лучи, падающие под другим углом α' , создадут на экране совокупность точек с другой освещенностью (т.к. оптическая разность хода интерферирующих лучей изменится).

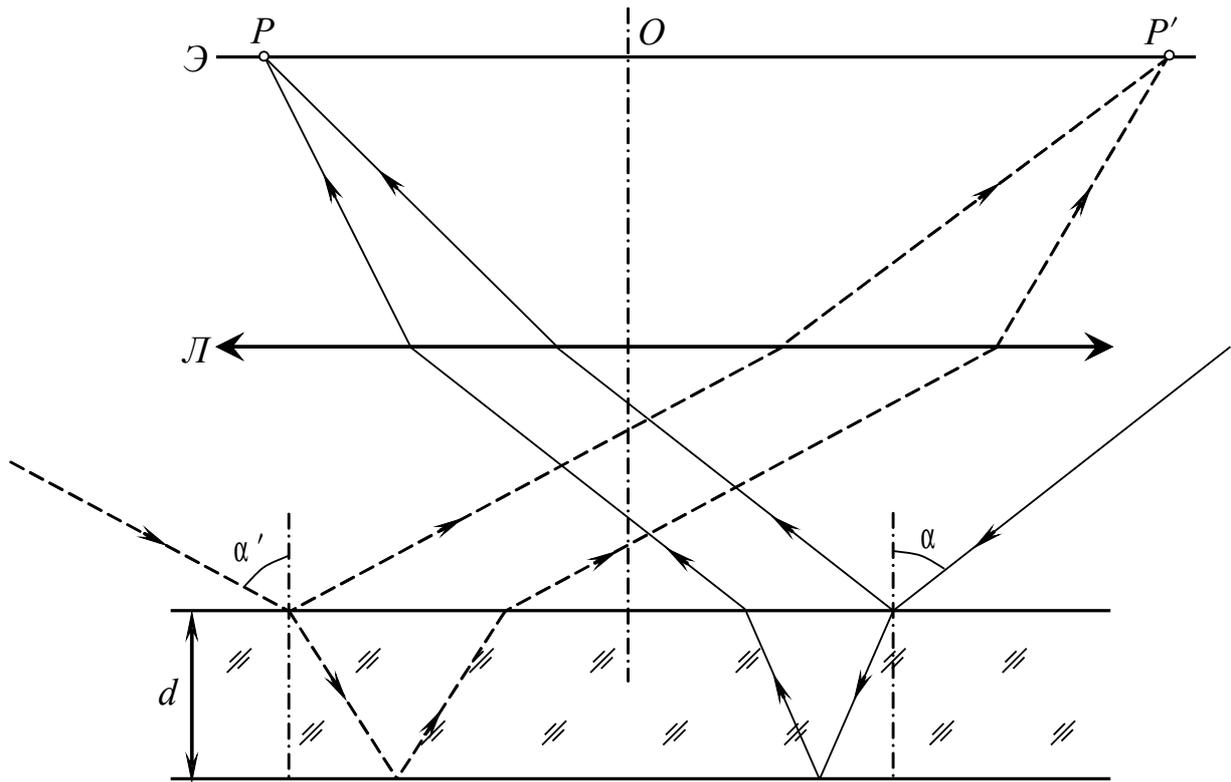


Рис. I.10

Образуется окружность другого радиуса и другой освещенности. Для всей совокупности лучей на экране возникает система чередующихся светлых и темных круговых полос с центром в точке O . Интерференционная картина в этом случае называется *полосами равного наклона*, поскольку каждая полоса образована лучами, падающими на пленку под одинаковыми углами. В случае белого света интерференционная картина приобретает радужную окраску.

Полосы равной толщины наблюдаются при интерференции света в случае отражения лучей от пленок переменной толщины или в клинообразных пластинках. Рассмотрим падение лучей монохроматического света на поверхность клинообразной пластинки под равными углами α (рис. I.11). Падающие лучи частично отражаются от верхней поверхности клина, частично преломляются в клине и отражаются от его нижней поверхности, образуются когерентные лучи (лучи $1, 2$ и $1', 2'$ на рис. I.11). Разность хода лучей, интерферирующих в различных по толщине местах пленки, неодинакова. Эта разность остается постоянной вдоль линии, параллельной ребру клина, и убывает от основания к ребру. Отраженные лучи могут быть сфокусированы при помощи линзы, тогда на

экране, расположенном в фокальной плоскости линзы, может наблюдаться интерференционная картина, которая представляет собой чередующиеся светлые и темные полосы. Каждая из таких полос образуется в результате отражения от участков клина с одинаковой толщиной d , поэтому интерференционная картина в этом случае называется *полосами равной толщины*.

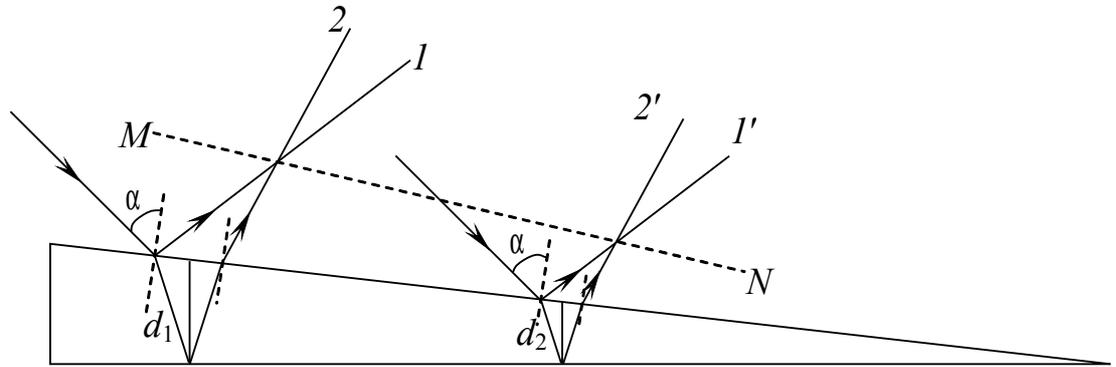


Рис. I.11

Роль линзы может играть хрусталик глаза, а роль экрана – сетчатка глаза. В этом случае для наблюдения интерференционной картины глаз должен быть аккомодирован на плоскость (MN на рис. I.11), расположенную вблизи поверхности клина¹.

При наблюдении в белом свете полосы приобретут радужную окраску. Такую окраску имеют, например, тонкие нефтяные или масляные пленки. Интерференцией света объясняются цвета побежалости, возникающие в пленках прозрачных оксидов, образующихся на поверхности стальных изделий при их закалке.

I.5. Кольца Ньютона

Кольца Ньютона представляют собой пример интерференции света в тонких пленках. Кольца Ньютона наблюдаются с помощью плосковыпуклой линзы большого радиуса кривизны, расположенной на плоскопараллельной пластинке (рис. I.12). Между линзой и пластинкой образуется тонкий зазор. Направим на

¹ Область локализации интерференционной картины тем меньше, чем меньше степень пространственной когерентности. По мере приближения к вершине клина становятся более благоприятными условия как временной, так и пространственной когерентности. Может оказаться, что интерференционная картина будет наблюдаться только в наиболее тонкой части клина, а для остальной части на экране возникнет равномерная освещенность.

линзу перпендикулярно к ее поверхности пучок параллельных монохроматических лучей. На рис. I.12 показан один из таких лучей, который частично отражается от выпуклой поверхности линзы в точке B , а частично отражается от пластинки в точке C . Высота зазора для рассматриваемого луча равна h . Отраженные лучи являются когерентными и интерферируют друг с другом. При отражении луча от пластинки (от оптически более плотной среды) происходит потеря полуволны. Оптическая разность Δ хода интерферирующих лучей равна

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (\text{I.16})$$

Из прямоугольного треугольника ABO имеем: $AB^2 = BO^2 - AO^2$ или $r^2 = R^2 - (R - h)^2 \approx 2hr$, откуда $h = \frac{r^2}{2R}$, где R – радиус кривизны линзы. Подставив высоту зазора в формулу (I.16), получим $\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}$. Используя условие максимумов при интерференции (I.7), получим: $\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = 2k \frac{\lambda_0}{2}$. Тогда радиусы светлых колец определяются по формуле:

$$r = \sqrt{(2k - 1)R \frac{\lambda_0}{2}}. \quad (\text{I.17})$$

где $k = 1, 2, 3 \dots$ – номер кольца. Аналогично, радиусы темных колец определяются из условия минимумов при интерференции (I.8):

$$r = \sqrt{kR\lambda_0}. \quad (\text{I.18})$$

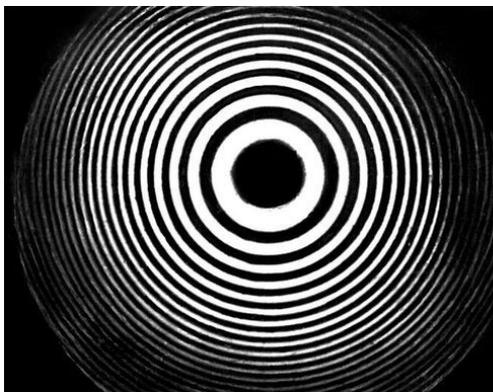


Рис. I.13

Кольца Ньютона можно наблюдать также и в проходящем свете. В этом случае по формуле (I.17) определяются радиусы темных колец, а по формуле (I.18) – радиусы светлых колец. При использовании белого света кольца приобретают радужную окраску. На рис. I.13 показаны кольца Ньютона в отраженном свете.

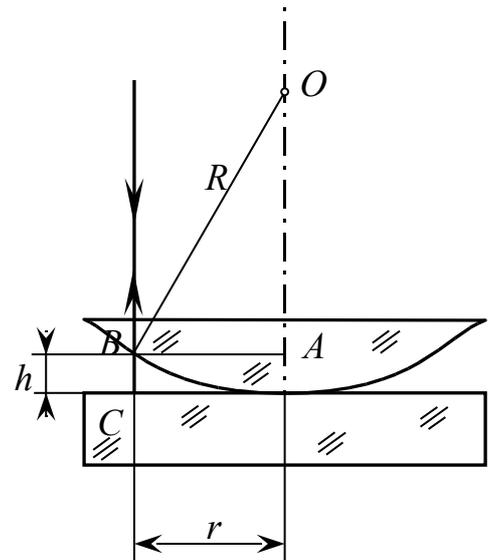


Рис. I.12

1.6. Применение интерференции

Интерферометры. Интерференционная картина очень чувствительна к разности хода интерферирующих волн. Ничтожно малое изменение разности хода вызывает заметное смещение интерференционных полос. Анализируя интерференционную картину, можно точно определить показатель преломления среды, определить длину световой волны, толщину пленки, исследовать качество обработки поверхностей. Приборы, предназначенные для решения этих задач, называются *интерферометрами*.

Интерферометр-рефрактометр предназначен для определения незначительных изменений показателя преломления прозрачных веществ (газов, жидкостей, твердых тел) в зависимости от температуры, давления, концентрации. Схема интерферометра-рефрактометра приведена на рис. I.14.

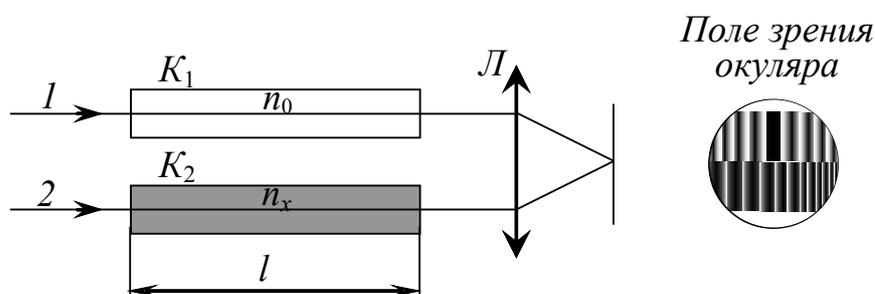


Рис. I.14

Когерентные световые лучи 1 и 2 проходят через две одинаковые кюветы K_1 и K_2 длиной l . Одна из кювет заполнена веществом с известным показателем преломления n_0 , а другая кювета заполнена веществом, показатель преломления которого n_x нужно определить. Между интерферирующими лучами возникает оптическая разность хода

$$\Delta = l n_x - l n_0, \quad (\text{I.19})$$

вследствие этого происходит смещение интерференционной картины на k полос. Воспользуемся условием максимумов при интерференции (I.7). Правые части в формулах (I.19) и (I.7) равны, откуда следует выражение для искомой величины n_x :

$$n_x = n_0 + \frac{k \lambda_0}{l}. \quad (\text{I.20})$$

Величина k равна числу полос, на которое сместился центральный максимум интерференционной картины относительно неподвижной интерференционной

картины. Неподвижную интерференционную картину создают когерентные лучи, проходящие под кюветами и имеющие одинаковую оптическую длину пути. Поле зрения окуляра интерферометра-рефрактометра показано на рис. I.14.

Оценим предельную абсолютную погрешность определения показателя преломления n_x . Примем $l = 10$ см, $\lambda_0 = 500$ нм и погрешность определения числа полос $\Delta k = 1$, тогда

$$\Delta n = \frac{\Delta k \lambda_0}{l} = \frac{1 \cdot 500 \cdot 10^{-9}}{0,1} = 5 \cdot 10^{-6}.$$

Таким образом, интерферометр-рефрактометр позволяет определять показатель преломления с точностью до шестого знака после запятой.

Интерферометр Майкельсона. Схема интерферометра Майкельсона приведена на рис. I.15. Луч монохроматического света направляется на полупрозрачное зеркало $ПЗ$, здесь свет делится на два луча 1 и 2 . После отражения от плоских зеркал $З_1$ и $З_2$ лучи $1'$ и $2'$ направляются в поле зрения окуляра $О$. Луч 1 проходит через пластинку $ПЗ$ один раз, в то время как луч 2 проходит через нее три раза. Чтобы создать идентичные условия для обоих лучей, на пути луча 1 помещают пластинку $П$ с такой же толщиной, как у $ПЗ$. Если на пути одного из интерферирующих лучей поместить кювету $К$ с исследуемым веществом (либо изменить относительное расположение зеркал $З_1$ или $З_2$), произойдет сдвиг интерференционной картины, наблюдаемой в поле зрения окуляра.

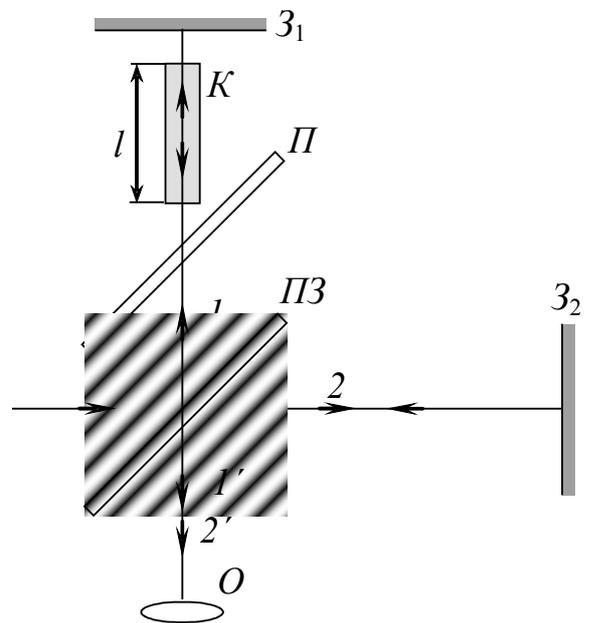


Рис. I.15

Пусть длина кюветы l , показатель преломления вещества n , тогда оптическая разность хода Δ интерферирующих лучей, приводящая к сдвигу интерференционной картины на k полос, равна

$$\Delta = 2ln - 2l.$$

Множитель 2 в формуле указывает на то, что луч через кювету проходит дважды. Воспользовавшись условием максимумов при интерференции (I.7), получим выражение для показателя преломления:

$$n = 1 + \frac{k\lambda_0}{2l}. \quad (\text{I.21})$$

С помощью интерферометра Майкельсона возможно также точное (с погрешностью порядка 10^{-7} м) определение линейных размеров.

Интерферометр Майкельсона использовался в одном из важнейших физических экспериментов – в опыте Майкельсона – Морли, доказавшем отсутствие мирового эфира («эфирного ветра»). В астрономии использование интерферометров позволяет значительно увеличить точность измерений.

Интерферометр Линника – высокочувствительный прибор, предназначенный для контроля чистоты обработки поверхностей металлических изделий. Принцип действия такой же, как и у интерферометра Майкельсона. Интерференционные полосы равной толщины наблюдают с помощью микроскопа. В тех местах исследуемой поверхности, где имеются выступы или углубления, наблюдается искривление интерференционных полос. С помощью этого прибора можно обнаружить микроскопические дефекты, размер которых составляет $\sim 0,1$ мкм.

Просветление оптики. При прохождении света через оптическую систему часть световой энергии теряется в результате отражения от оптических поверхностей, что приводит к уменьшению яркости и контрастности изображения. Уменьшить потери можно, используя явление интерференции в тонких пленках в отраженном свете.

На поверхность оптического стекла наносят тонкую пленку с показателем преломления $n_{\text{п}}$, меньшим показателя преломления стекла $n_{\text{с}}$ (рис. I.16). Опти-

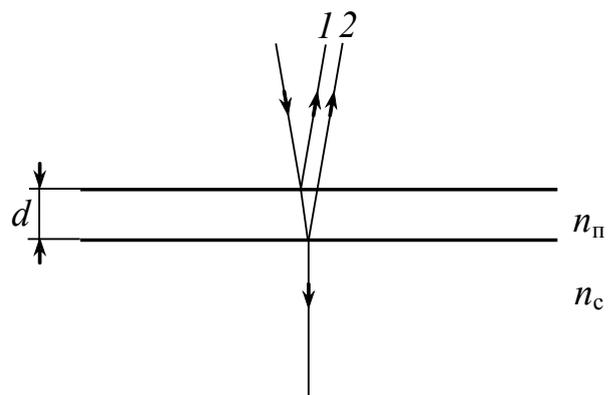


Рис. I.16

ческая разность хода световых волн 1 и 2, отраженных от верхней и от нижней поверхности пленки, равна $2dn_{\text{п}}$. Для того чтобы отраженные волны 1 и 2 ослабляли друг друга, минимальная разность хода в соответствии с условием интер-

ференционных минимумов (I.8) должна равняться половине длины волны в пленке:

$$2dn_1 = \frac{\lambda_0}{2}.$$

Откуда минимальная толщина пленки, при которой отраженные лучи взаимно гасят друг друга, равна

$$d = \frac{\lambda_0}{4n_1} \quad (\text{I.22})$$

На оптические системы обычно падает белый свет. Из формулы (I.22) следует, что требуемая толщина пленки зависит от длины волны. Осуществить гашение отраженных волн всех частот невозможно. Толщину пленки подбирают для центральной части видимой области спектра (~550 нм), для которой глаз обладает наибольшей чувствительностью. Тогда для краев спектра (красных и фиолетовых лучей) погашение отраженных лучей не происходит, и поверхность пленки окрашивается в пурпурный цвет.

Голография – метод получения объемных изображений предметов, основанный на явлении интерференции света. Предложен английским физиком Габором в 1948 г. Голографический метод предусматривает регистрацию в фотоэмульсионном слое не только интенсивности световых волн (как в обычной фотографии), но и фазы рассеянных объектом волн. Большой вклад в развитие голографии принадлежит американским физикам Лейту и Упатниексу, а также советскому физика Денисюку.

Голографирование представляет собой два последовательных процесса: запись и воспроизведение *голограммы*. Пучок лазерного излучения направляется одновременно на исследуемый объект и на зеркало (рис. I.17). Отраженная от зеркала волна, называемая опорной волной, и рассеянная от объекта сигнальная (предметная) волна падают на фотопластинку. При наложении опорной и предметной волн возникает сложная интерференционная картина, которая фиксируется на фотопластинке. Проявленная фотопластинка и представляет собой голограмму.

Для воспроизведения изображения голограмму помещают в то же место, где была расположена фотопластинка, и затем освещают голограмму световым пучком того же лазера под тем же углом, под которым производилось экспони-

рование фотопластинки (рис. I.18). В результате интерференции световых волн получается мнимое и действительное изображение предмета. Мнимое изображение находится в том же месте по отношению к голограмме, где помещался объект при съемке. Это изображение по зрительному восприятию оказывается тождественным самому предмету.

Денисюк является автором метода получения голограмм в толстослойных фотоэмульсиях. Для воспроизведения таких голограмм их достаточно осветить белым светом.

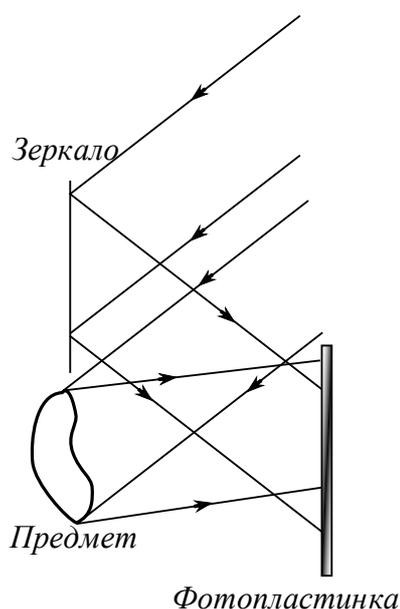


Рис. I.17

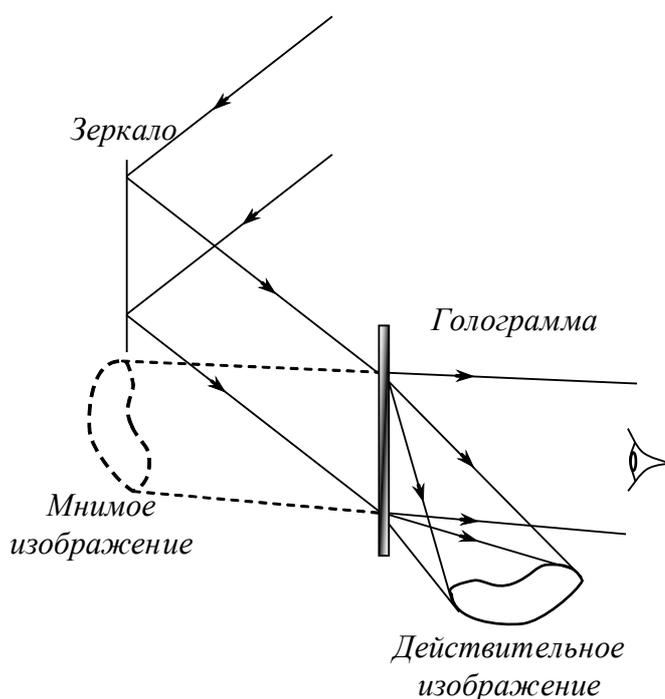


Рис. I.18

Голография лежит в основе создания стереоскопического голографического кино и телевидения. Перспективным является использование голографии в вычислительной технике, где требуются надежные и сверхъёмкие запоминающие устройства. Широкое применение голография нашла в создании систем поиска информации, распознавания образов и кодирования.

II. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Дифракцией света называется огибание световой волной препятствия и проникновение света в область геометрической тени. В результате дифракции происходит перераспределение световой энергии в пространстве, и возникают чередующиеся светлые и темные полосы – дифракционная картина. Между интерференцией и дифракцией нет принципиального различия, однако в том случае, когда число когерентных источников невелико (например, щели Юнга), принято говорить об интерференции света. В том случае, когда когерентные источники расположены непрерывно (например, открытая волновая поверхность или дифракционная щель) или когда число когерентных источников велико (дифракционная решетка), принято говорить о дифракции света.

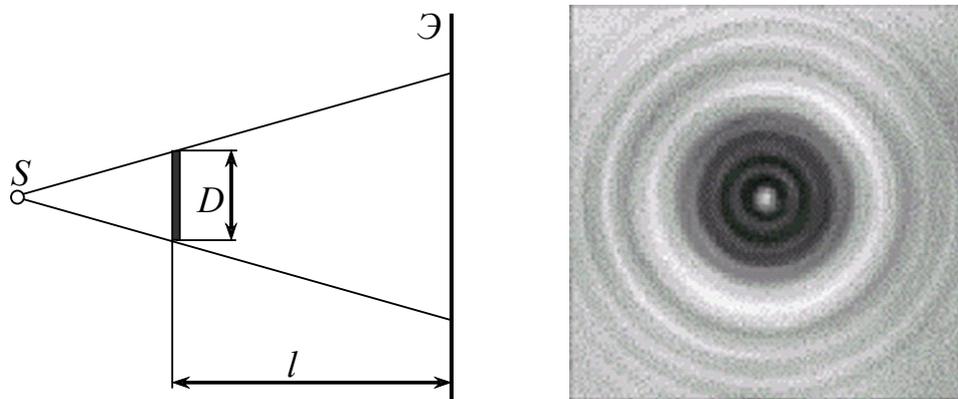


Рис. II.1

Если на пути световой волны поместить непрозрачный диск (рис. II.1), то при определенных условиях на экране возникает дифракционная картина, в центре которой наблюдается светлое пятно (пятно Пуассона)¹.

Наиболее отчетливо явление дифракции наблюдается тогда, когда размеры препятствия D удовлетворяют условию

$$D \leq \sqrt{\lambda l}, \quad (\text{II.1})$$

где l – расстояние от точки наблюдения до препятствия; λ – длина световой волны. При сравнительно большом D , когда $D \gg \sqrt{\lambda l}$, волновые эффекты незаметны, и можно говорить о выполнении законов геометрической оптики.

¹ Пуассон в 1818 г. предсказал этот световой эффект на основе теории Френеля. Экспериментальное доказательство возникновения светлого пятна в центре тени от диска получено в опытах Араго.

Явление дифракции можно объяснить с помощью *принципа Гюйгенса*, согласно которому каждая точка волнового фронта является источником вторичных сферических волн, огибающая которых дает положение фронта волны в следующий момент времени. На рис. II.2 показана плоская волна, падающая на щель. В соответствии с принципом Гюйгенса каждая точка участка волнового фронта, проходящего через щель, служит центром вторичных волн. Волна распространяется перпендикулярно фронту и, как видно из рис. II.2, за преградой проникает в область геометрической тени.

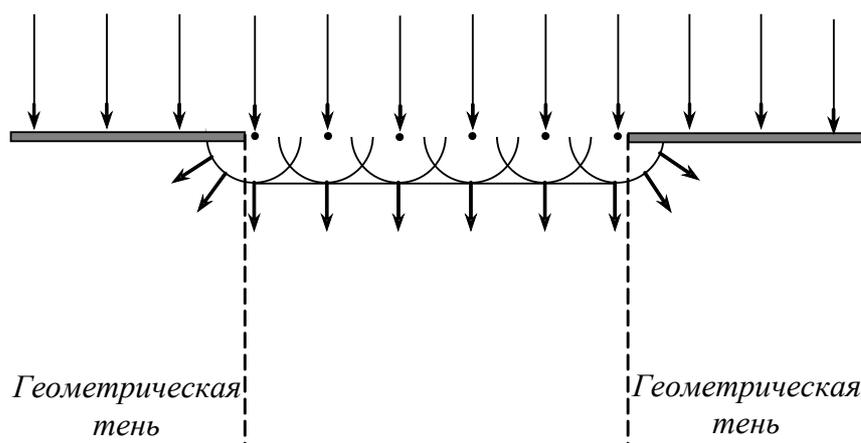


Рис. II.2

Дифракцию света можно наблюдать, например, на компакт-диске. В результате наложения когерентных световых волн, отраженных от дорожек, возникает радужная окраска на поверхности диска. Дифракция света (наряду с преломлением и отражением) на ледяных кристалликах, капельках воды, взвешенных в воздухе, и т.п. приводит к возникновению светлых кругов, дуг, пятен, световых столбов вокруг или вблизи дисков Солнца, Луны, других источников света. Это оптическое явление называется *галó*. Отражением и дифракцией световых лучей от чешуек, которыми покрыты крылышки бабочек, жуков и т.д., объясняется многообразие цветных узоров насекомых.

Различают дифракцию Френеля и дифракцию Фраунгофера. Дифракция Френеля наблюдается в расходящихся лучах, например, от точечного источника света. Дифракция Фраунгофера наблюдается в параллельных лучах. Параллельные лучи можно получить, например, при помощи линзы, в фокус которой помещен точечный источник света. Узкий пучок практически не расходящихся лучей дают лазерные источники света.

II.1. Метод зон Френеля

Принцип Гюйгенса объясняет явление дифракции качественно, но не позволяет найти распределение интенсивности света в дифракционной картине. Френель устранил этот недостаток, дополнив принцип Гюйгенса положением об интерференции вторичных волн. По Френелю, волновое возмущение в любой точке пространства можно рассматривать как результат интерференции вторичных волн, идущих в данную точку от всех элементов, на которые разбивается волновой фронт.

Для случаев, отличающихся симметричной формой волнового фронта, Френель предложил удобный и наглядный метод нахождения амплитуды результирующего колебания. Согласно этому методу, волновой фронт разбивается на такие участки (зоны Френеля), расстояние от которых до точки наблюдения увеличивается для каждой последующей зоны на $\lambda/2$. Тогда световые колебания, приходящие в точку наблюдения от двух соседних зон, окажутся в противофазе и погасят друг друга.

Рассмотрим дифракцию Френеля. От точечного источника света S распространяются сферические волны. На рис. II.3 показана открытая сферическая волновая поверхность, проходящая через произвольную точку O . Расстояние от точки O до точки наблюдения P равно b . Зоны Френеля в этом случае представляют собой кольцевые участки приблизительно равной площади. Расстояние b_m

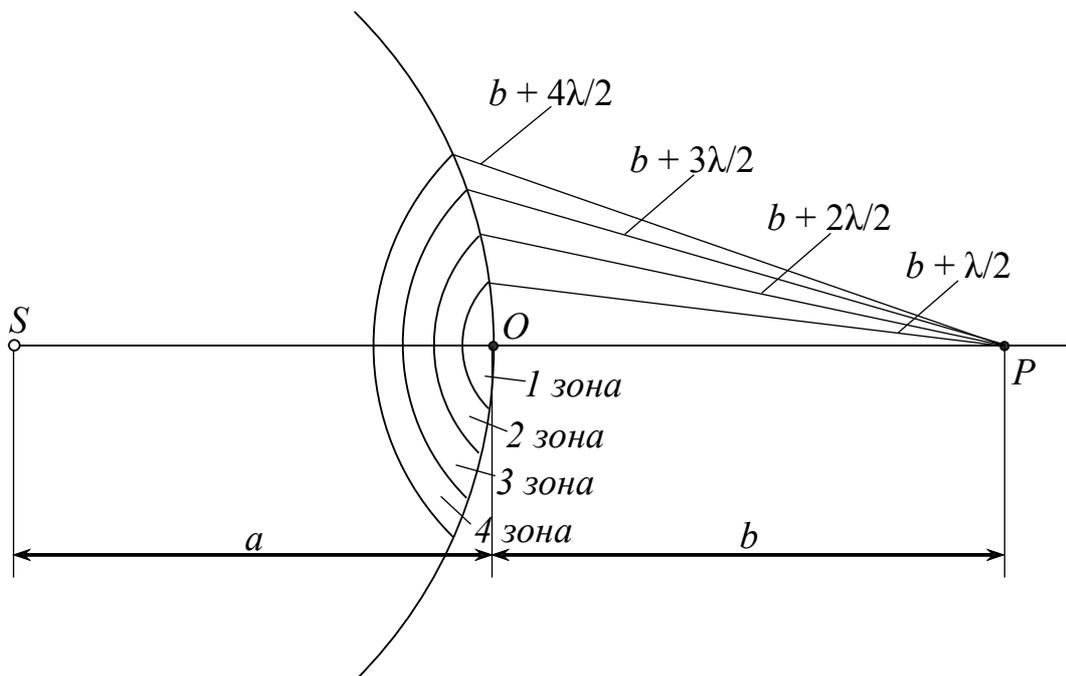


Рис. II.3

от внешнего края m -й зоны до точки P равно

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}. \quad (\text{II.2})$$

С увеличением номера зоны m амплитуда колебания, возбуждаемого в точке P каждой последующей зоной, монотонно убывает:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на π , поэтому амплитуда A результирующего колебания в точке P равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 \dots, \quad (\text{II.3})$$

т.е. амплитуды от четных и от нечетных зон имеют разные знаки.

Сумму (II.3) представим следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{\cancel{3}}{3} \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \frac{\cancel{4}}{4} + \frac{\cancel{3}}{3} \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \frac{\cancel{4}}{4} + \dots \quad (\text{II.4})$$

Вследствие монотонного убывания амплитуды A_m можно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (\text{II.5})$$

Тогда выражения, стоящие в скобках в формуле (II.4), будут равны нулю, следовательно, суммарная амплитуда от всей волновой поверхности равна половине амплитуды от первой зоны:

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (\text{II.6})$$

Поскольку интенсивность света прямо пропорциональна квадрату амплитуды колебаний ($I \sim A^2$), то

$$I = \frac{I_1}{4}. \quad (\text{II.7})$$

Таким образом, в случае открытой сферической волновой поверхности результирующая интенсивность в точке наблюдения P в четыре раза меньше интенсивности света от одной первой зоны. Этот вывод справедлив и для дифракции Фраунгофера, то есть для плоской волновой поверхности.

Если на пути световой волны поместить диафрагму с отверстием, открывающим только одну первую зону, то интенсивность света возрастет в четыре раза по сравнению с открытой волновой поверхностью. Если диафрагма открывает четное число зон, то они взаимно погасят друг друга, и в точке наблюде-

ния будет темно. Если же число открытых зон нечетное, то одна зона останется непогашенной, и в точке наблюдения будет светло.

Из формулы (II.3) следует, что если перекрыть все четные, либо все нечетные зоны, то результирующая интенсивность света возрастет. Если изменить фазы колебаний всех четных (или всех нечетных) зон на противоположные, то получим еще большее увеличение интенсивности света. Пластинки, с помощью которых можно таким образом увеличить интенсивность света, называются *зонными пластинками*. Зонной пластинкой может служить, например, диапозитив, полученный при фотографировании колец Ньютона.

Радиусы зон Френеля. На рис. II.4 показана сферическая волновая поверхность света, идущего от точечного источника S . Расстояние от источника S до вершины O волновой поверхности равно a , расстояние от точки O до точки наблюдения P равно b , радиус m -ой зоны Френеля r_m .

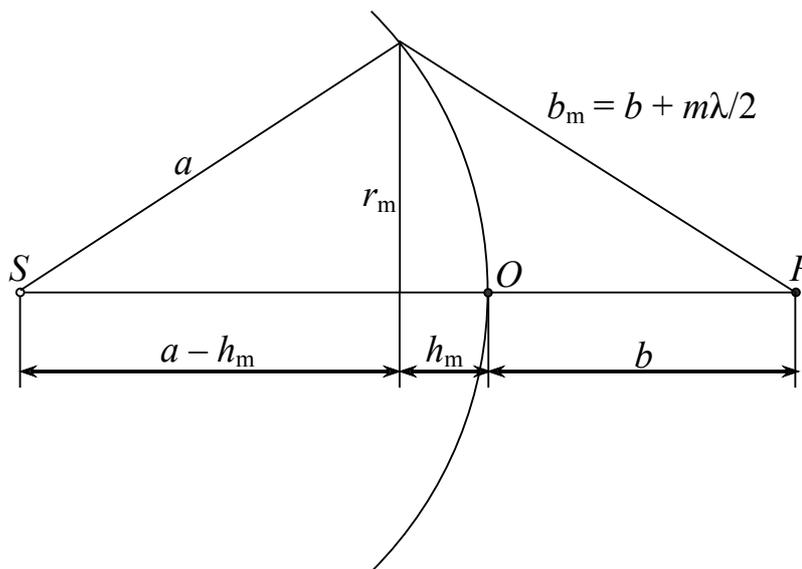


Рис. II.4

Выразим r_m из двух прямоугольных треугольников:

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2, \quad (\text{II.8})$$

$$r_m^2 = \underbrace{\frac{1}{3}}_И b + m \underbrace{\frac{\lambda}{2}}_Ш - (b + h_m)^2. \quad (\text{II.9})$$

Приравняем правые части (II.8) и (II.9), раскроем скобки и, пренебрегая малой величиной $m^2\lambda^2/4$, выразим высоту сегмента h_m :

$$h_m = \frac{mb\lambda}{2(a+b)}. \quad (\text{II.10})$$

Подставим (II.10) в (II.8) и, пренебрегая малой величиной h_m^2 , получим формулу радиуса m -ой зоны Френеля для сферической волновой поверхности:

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}. \quad (\text{II.11})$$

Если принять $a = b = 1$ м, $\lambda = 500$ нм, то для первой зоны получим $r_1 = 0,5$ мм.

В случае, когда фронт волны – плоскость (рис. II.5), то зоны Френеля так же

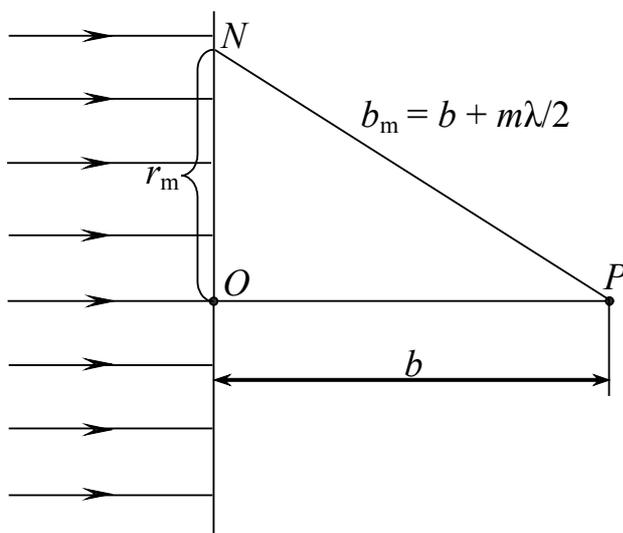


Рис. II.5

как и для сферической волны, представляют собой кольцевые участки.

Из прямоугольного треугольника ONP следует, что

$$r_m^2 = \frac{3}{4}b + m \frac{\lambda}{2} \frac{b^2}{4} - b^2.$$

Раскрывая скобки и пренебрегая малой величиной $m^2\lambda^2/4$, получим формулу радиуса m -ой зоны Френеля для плоской волны:

$$r_m = \sqrt{mb\lambda}. \quad (\text{II.12})$$

II.2. Дифракция света от узкой щели

Пусть свет падает на экран с отверстием или со щелью, либо на преграду в виде небольшого диска или нити. Из теории Френеля следует, что в том случае, когда в размерах отверстия, щели (или препятствия) укладывается четное число зон Френеля, будет наблюдаться дифракционный минимум, если нечетное – максимум, т.к. одна зона остается непогашенной.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от узкой щели. Пусть параллельный пучок монохроматического света падает нормально на щель шириной a (рис. II.6). Каждая точка волнового фронта, достигшего щели, согласно принципу Гюйгенса, является источником вторичных волн, которые будут распростра-

няться за плоскостью щели по всем возможным направлениям. Таким образом, пучок параллельных лучей, проходя через щель, дифрагирует под всевозможными углами φ в пределах от 0 до $\pi/2$.

Вторичные волны за плоскостью щели можно сгруппировать в параллельные пучки, из всей совокупности которых на рис. II.6 представлены два. Пучок *I* распространяется без дифракции. Этот пучок собирается линзой *L* в ее главном фокусе – в точке *O*. В точку *O* световые колебания приходят в одной фазе, т.к. их разность хода равна нулю, поэтому в точке *O* на экране *Э* будет наблюдаться центральный максимум (максимум нулевого порядка).

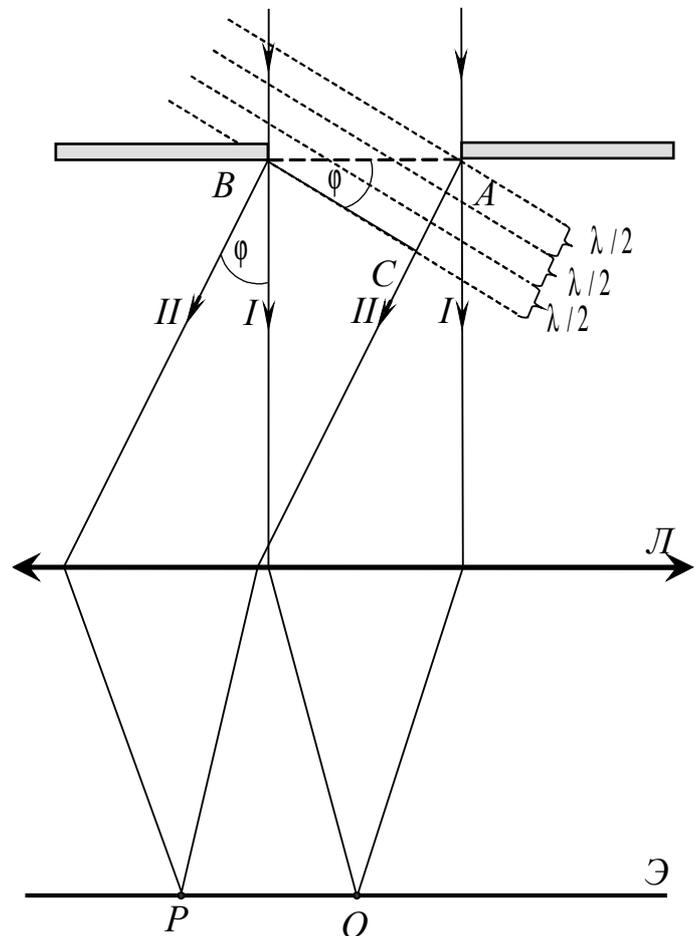


Рис II.6

Пучок *II* отклоняется от первоначального направления под некоторым углом дифракции φ . Он собирается линзой в побочном фокусе – в точке *P*. Чтобы определить световой эффект в этой точке, воспользуемся методом зон Френеля.

Разобьем фронт волны *AB* системой параллельных плоскостей, перпендикулярных к направлению лучей и отстоящих друг от друга на расстоянии $\lambda/2$.

Если в разности хода *AC* крайних лучей пучка *II* уложится *m* полуволн, тогда в волновом фронте *AB* уложится *m* зон Френеля. Разность хода $AC = a \sin \varphi$. Следовательно, число зон Френеля при данной ширине щели *a* и длине волны λ зависит от угла дифракции φ :

$$m = \frac{AC}{\lambda/2} = \frac{2a \sin \varphi}{\lambda}.$$

Для всех углов дифракции, для которых в щели уложится четное число зон Френеля ($m = 2k$), будут наблюдаться дифракционные минимумы (темные полосы), т.к. зоны попарно погасят друг друга. Получаем *условие минимумов*:

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2}. \quad (\text{II.13})$$

Для всех углов дифракции, для которых в щели уложится нечетное число зон Френеля ($m = 2k + 1$), будут наблюдаться дифракционные максимумы, т.к. одна зона останется непогашенной. Получаем *условие максимумов*:

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (\text{II.14})$$

Величина $k = 1, 2, 3 \dots$ называется *порядком дифракционного максимума (минимума)*.

Ширина дифракционного максимума (расстояние между двумя ограничивающими его дифракционными минимумами) зависит от ширины щели a , длины световой волны λ и от расстояния от щели до экрана l . Если щель очень узкая ($a < \lambda$), то вся поверхность AB будет представлять собой лишь часть одной

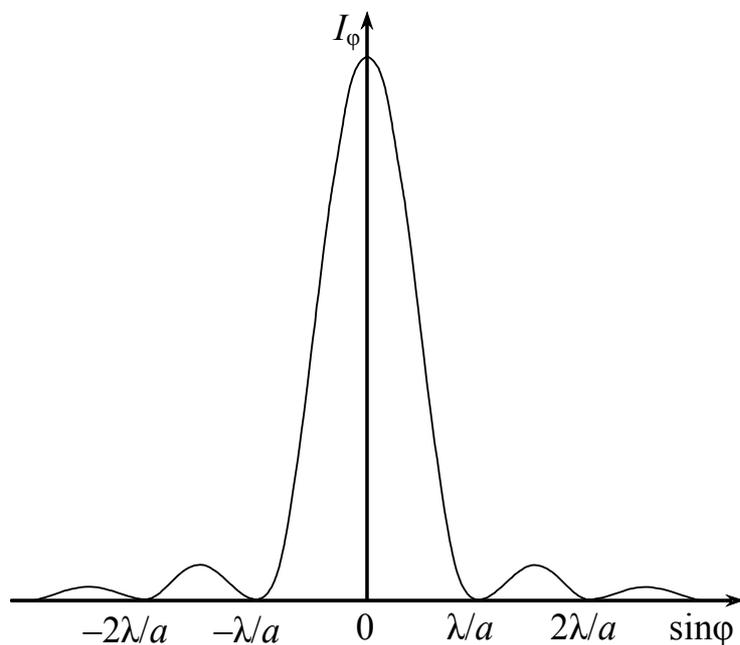


Рис. II.7

зоны, и условие даже первого минимума не может быть выполнено ни при каком угле дифракции. Весь экран будет освещен — больше в середине, меньше по краям. Если щель широкая ($a \gg \lambda$), то на экране возникнет изображение

щели, окаймленное по краям очень узкими практически неразличимыми глазом чередующимися темными и светлыми полосами. Если же размер щели соответствует условию (II.1), то будет наблюдаться дифракционная картина, распределение интенсивности света в которой имеет вид, показанный на рис. II.7.

II.3. Метод графического сложения амплитуд

Соотношение интенсивностей в дифракционной картине можно определить *методом графического сложения амплитуд*. Применим этот метод для случая дифракции от щели. Разобьем фронт волны на элементарные зоны, ширина каждой из которых значительно меньше ширины зоны Френеля. Каждая такая элементарная зона играет роль

вторичного источника света. Пусть ΔA – амплитуда колебаний от одной элементарной зоны, δ – разность фаз колебаний от двух соседних элементарных зон, A_0 – алгебраическая сумма амплитуд ΔA . Амплитуда результирующего колебания A в данной точке экрана представляет собой геометрическую сумму векторов элементарных амплитуд $\Delta \vec{A}$.

Рассмотрим результаты сложения амплитуд для разных углов дифракции φ .

1. Пусть $\varphi = 0$. Разность фаз колебаний δ равна нулю. Элементарные векторы $\Delta \vec{A}$ имеют одинаковое направление (рис. II.8, а), амплитуда результирующего

колебания

$A = A_0$. Получаем максимальное значение результирующей амплитуды, соответствующее центральному дифракционному максимуму.

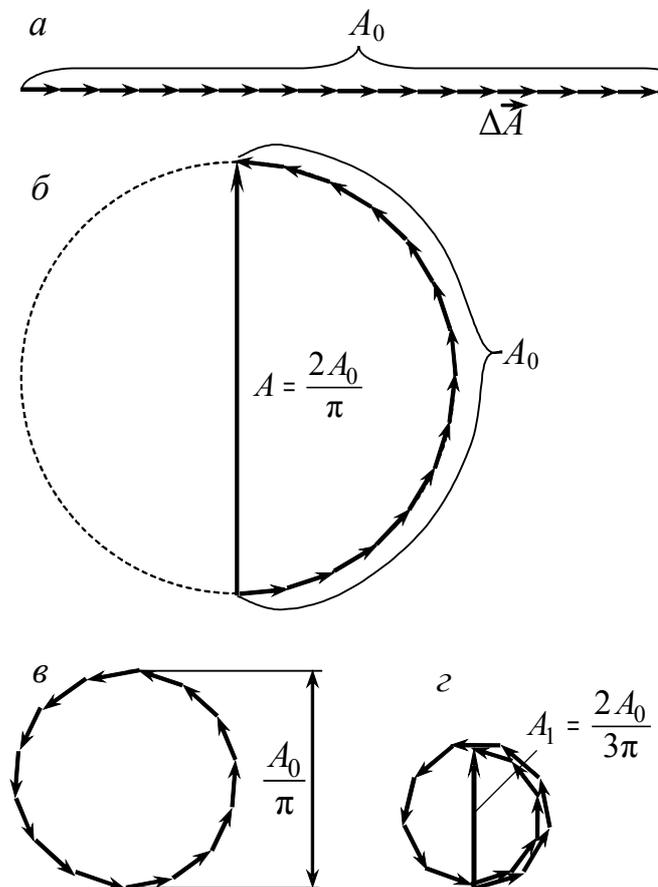


Рис. II.8

2. Пусть при некотором угле дифракции разность фаз колебаний, соответствующих краям щели, равна π . В этом случае все векторы $\Delta \vec{A}$ должны располагаться вдоль полуокружности длиной A_0 (рис. II.8, б) так, чтобы векторы $\Delta \vec{A}$ от элементарных зон у краев щели имели противоположное направление. Результирующая амплитуда A является диаметром полуокружности. Длина полуокружности $A_0 = \frac{\pi A}{2}$, тогда результирующая амплитуда $A = \frac{2 A_0}{\pi}$.

3. Пусть разность фаз колебаний, соответствующих краям щели, равна 2π . Векторы $\Delta \vec{A}$ расположатся вдоль окружности длиной A_0 (рис. II.8, в). Результирующая амплитуда равна нулю, что соответствует дифракционному *минимуму первого порядка*.

4. Пусть разность фаз колебаний от краев щели равна 3π . Векторы $\Delta \vec{A}$ обойдут полтора раза окружность диаметра A_1 (рис. II.8, г), что соответствует дифракционному *максимуму первого порядка*. Величину амплитуды можно найти из условия $\pi A_1 + \frac{\pi A_1}{2} = A_0$ (длина окружности плюс длина полуокружности). Отсюда результирующая амплитуда

$$A_1 = \frac{2 A_0}{3 \pi}.$$

Аналогично определяются амплитуды колебаний последующих максимумов:

$$A_2 = \frac{2 A_0}{5 \pi}, \quad A_3 = \frac{2 A_0}{7 \pi}, \quad \dots \quad A_n = \frac{2 A_0}{(2n+1)\pi}.$$

Поскольку интенсивность света I пропорциональна квадрату амплитуды, соотношение интенсивностей света в дифракционной картине можно представить как отношение квадратов соответствующих амплитуд:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots : I_n = A_0^2 : A_1^2 : A_2^2 : A_3^2 : \dots : A_n^2.$$

Принимая интенсивность света центрального максимума за единицу, получим:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 \dots : I_n = 1 : \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{7\pi}\right)^2 : \dots : \frac{4}{(2n+1)^2 \pi^2}, \quad (\text{II.15})$$

или

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 \dots : I_n = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots \quad (\text{II.16})$$

Таким образом, центральный максимум значительно превосходит по интенсивности остальные максимумы. В нем сосредоточена основная доля ($\approx 90\%$) светового потока, проходящего через щель.

II.4. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка представляет собой совокупность большого числа узких параллельных щелей равной ширины, разделенных одинаковыми непрозрачными промежутками.

Основной характеристикой дифракционной решетки является *период решетки* d , называемый также *постоянной дифракционной решетки*:

$$d = a + b, \quad (\text{II.17})$$

где a – ширина щели, b – ширина непрозрачного промежутка. Период решетки равен расстоянию между двумя соседними щелями и равен отношению длины решетки l к общему числу штрихов N :

$$d = \frac{l}{N}. \quad (\text{II.18})$$

Дифракционные решетки бывают прозрачными (пропускающими) и отражательными¹.

Распределение интенсивности света в дифракционной картине от дифракционной решетки определяется двумя факторами: 1) интерференцией световых волн от всех щелей, 2) дифракцией света от каждой отдельной щели. Первый фактор приводит к возникновению *главных максимумов*. Второй фактор обуславливает возникновение *добавочных (дополнительных или побочных) минимумов* и *максимумов*, определяемых соответственно формулами (II.13) и (II.14). С увеличением числа щелей N относительная интенсивность побочных максимумов уменьшается, а главных – увеличивается. Главные максимумы становятся более

¹ Дифракционную решетку изобрел американский ученый Риттенхауз в 1786 г. Простейшие пропускающие и отражательные решетки были изготовлены Фраунгофером в XIX веке. Современные дифракционные решетки могут содержать до 2400 штрихов на 1 мм. Такие решетки изготавливаются при помощи сложных технических устройств – делительных машин, совмещенных с интерферометром. Система обратной связи регулирует перемещение пластинки (стеклянной или металлической), на которую алмазным резцом наносят штрихи определенного профиля. Контроль интерференционной картины позволяет исключить ошибки при изготовлении решетки, являющиеся причиной возникновения ложных линий (*духов*) в дифракционном спектре.

узкими, а темные промежутки – более широкими. При относительно большом числе щелей вкладом в интенсивность света в дифракционной картине от побочных максимумов можно пренебречь.

Условие главных максимумов. Пусть на решетку падает нормально плоская монохроматическая световая волна (рис. II.9). Каждая точка щели является источником вторичных когерентных волн, которые распространяются по всем направлениям и интерферируют друг с другом. За решеткой помещена собирающая линза L , в фокальной плоскости которой расположен экран \mathcal{E} . На экране наблюдается дифракционная картина.

Из всей совокупности лучей рассмотрим те лучи, которые идут под углом φ и фокусируются на экране в точке P . Разность хода Δ лучей, идущих от краев соседних щелей, равна AC . Из треугольника ABC следует, что

$$AC = AB \sin \varphi = d \sin \varphi.$$

С учетом условия максимумов при интерференции света (формула I.7) получаем *условие главных максимумов*:

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (\text{II.19})$$

где $k = 0, 1, 2 \dots$ – порядок дифракционного максимума, φ – угол дифракции, λ – длина волны света, падающего на решетку. Лучи, для которых выполняется условие (II.19), дадут на экране дифракционный максимум k -го порядка.

Лучи, идущие без дифракции ($\varphi = 0$), собираются в точке O и дают *центральный максимум*, или *максимум нулевого порядка*. Между максимумами расположены минимумы освещенности. Если на дифрешетку падает монохроматический свет, то дифракционная картина представляет собой узкие и яркие максимумы, разделенные широкими темными промежутками.

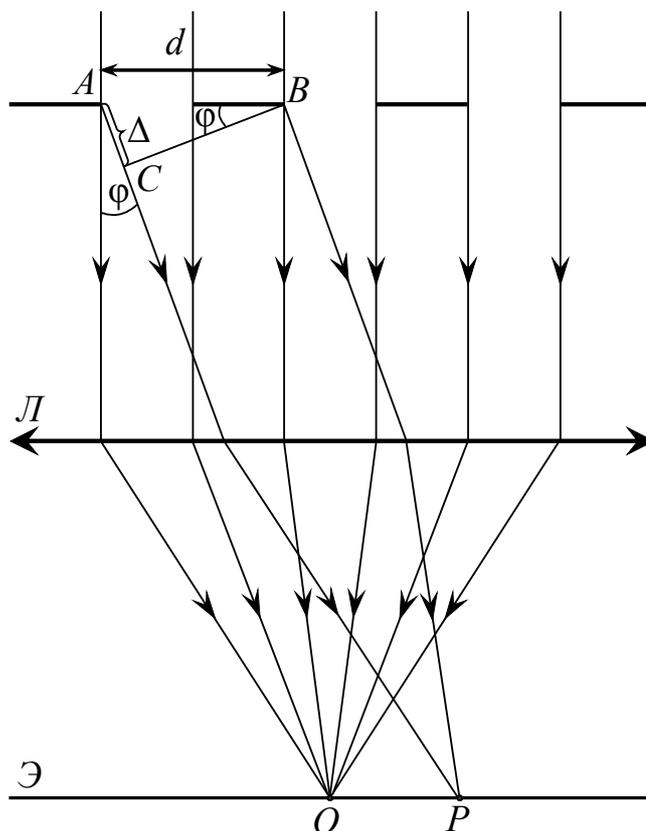


Рис. II.9

Если на дифрешетку направить интегральный свет, то на экране возникает центральный *ахроматический* максимум нулевого порядка, а по обе стороны от него – *дифракционные спектры* 1-го, 2-го и т.д. порядков. Возникновение спектров объясняется условием главных максимумов (II.19), согласно которому угол дифракции φ зависит от длины волны: чем больше длина волны, тем больше угол дифракции для данного порядка спектра k . Поэтому спектральные линии с меньшей длиной волны ближе располагаются к центральному максимуму. Таким образом, дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор. При освещении дифрешетки белым светом все максимумы, кроме центрального, представляют собой сплошные спектры, фиолетовые концы которых обращены к центру дифракционной картины, а красные – наружу. Центральный максимум остается белым.

Рассмотрим наклонное падение лучей на дифракционную решетку и получим для этого случая формулу главных максимумов. Разность хода интерферирующих лучей (рис. II.10) равна

$$\Delta = DB - AC = d\sin\theta - d\sin\varphi,$$

где θ – угол падения лучей на дифракционную решетку, φ – угол дифракции, определяющий положение k -максимума. С учетом условия максимумов при интерференции (формула I.7) получаем

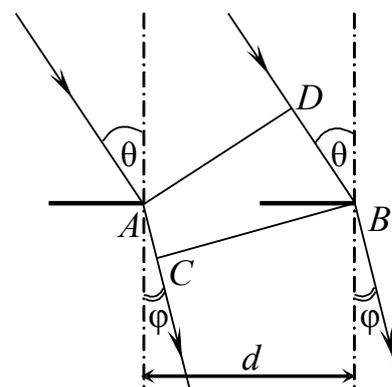


Рис. II.10

$$d(\sin\theta - \sin\varphi) = k\lambda. \quad (\text{II.20})$$

II.5. Характеристики дифракционной решетки как спектрального прибора

Угловая дисперсия (дисперсионная способность) – отношение угла расхождения двух спектрально близких линий к разности длин волн этих линий:

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}. \quad (\text{II.21})$$

В СИ угловая дисперсия измеряется в радианах на метр (рад/м), часто используется внесистемная единица – минута на нанометр (мин/нм). *Линейная диспер-*

сия – отношение линейного расстояния на экране между двумя спектрально близкими линиями к разности длин волн этих линий:

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda}. \quad (\text{II.22})$$

Линейная дисперсия в СИ является величиной безразмерной, внесистемная единица измерения линейной дисперсии – миллиметр на нанометр (мм/нм). Между линейной и угловой дисперсией имеется связь:

$$D_l = F D_\varphi, \quad (\text{II.23})$$

где F – фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран. На рис. II.11 показана дифракция светового пучка, в котором имеются две спектрально близкие линии с длинами волн λ_2 и λ_1 , $\lambda_2 - \lambda_1 = \delta \lambda$. Для некоторого порядка спектра угловое расхождение между этими линиями равно $\delta \varphi$, а расстояние между линиями на экране δl .

Чтобы найти угловую дисперсию, продифференцируем формулу главных максимумов слева по φ , а справа – по λ :

$$d \cos \varphi \delta \varphi = k \delta \lambda.$$

Отсюда

$$D_\varphi = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}. \quad (\text{II.24})$$

Для небольших углов дифракции, когда $k = 1$, и $\cos \varphi \approx 1$,

$$D_\varphi \approx \frac{1}{d},$$

т.е. угловая дисперсия обратно пропорциональна периоду решетки. В формуле (II.24) исключим угол дифракции:

$$D_\varphi = \frac{k}{d \cos \varphi} = \frac{k}{d \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \frac{k}{\sqrt{d^2 - d^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Так как $d \sin \varphi = k \lambda$, то

$$D_\varphi = \frac{k}{\sqrt{d^2 - k^2 \lambda^2}}.$$

Окончательно получаем

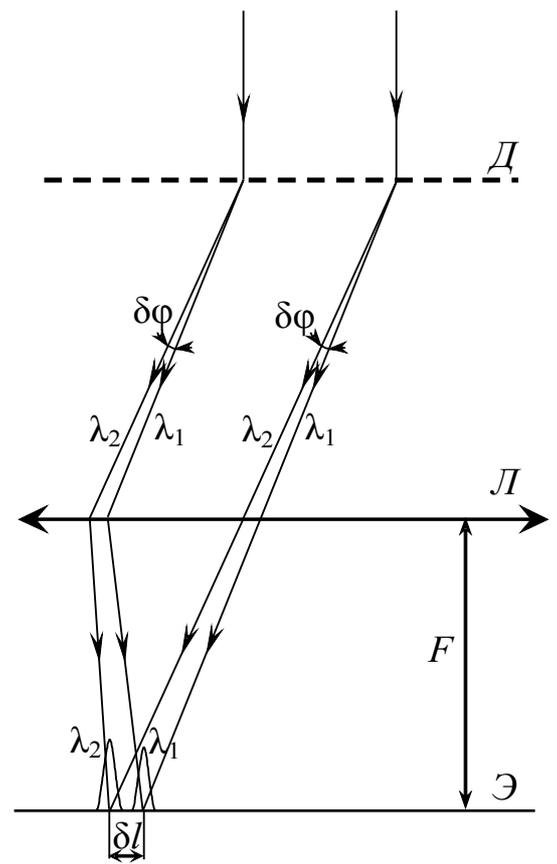


Рис. II.11

$$D_{\varphi} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{d}{k}\right)^2 - \lambda^2}} \quad (\text{II.25})$$

Из формулы (II.25) следует, что дисперсионная способность тем больше, чем меньше период дифракционной решетки, чем больше порядок спектра и чем больше длина волны.

Разрешающей способностью называется безразмерная величина

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (\text{II.26})$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух близких спектральных линий, которые воспринимаются раздельно. На рис. II.12 приведены контуры двух спектрально близких линий (пунктирные линии) и результирующая их интенсивность (сплошные линии). Как видно из рис. II.12, а, линии сливаются.

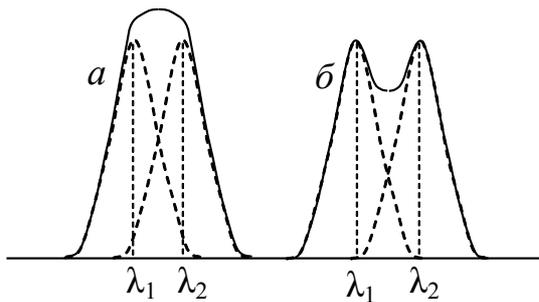


Рис. II.12

Согласно критерию Рэлея, две спектрально близкие линии будут восприниматься раздельно (рис. II.12, б), если середина одного максимума совпадает с краем другого.

Разрешающая способность пропорциональна порядку спектра и общему числу штрихов дифракционной решетки:

$$R = kN. \quad (\text{II.27})$$

II.6. Дифракция рентгеновских лучей

Направим пучок монохроматического света на систему, состоящую из двух совмещенных скрещенных дифракционных решеток. Такая система представляет собой двухмерную дифракционную решетку. На экране возникнет дифракционная картина, представляющая собой симметрично расположенные световые пятна (рис. II.13). Размер пятен соответствует интенсивности света. Дифракционную картину, аналогичную изображенной на рис. II.13, дают любые двухмерные периодиче-

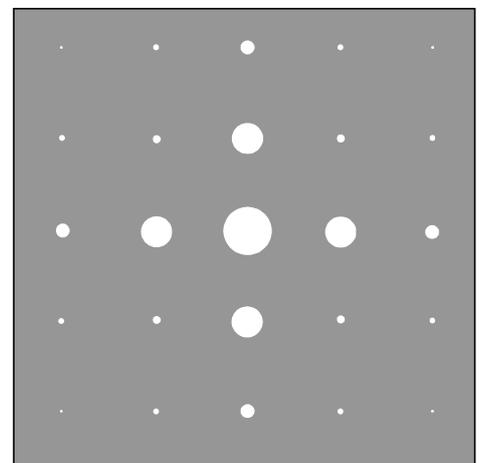


Рис. II.13

ские структуры, например система небольших отверстий или система непрозрачных мелких шариков или дисков.

Дифракция наблюдается также на трехмерных структурах, образующих пространственную дифракционную решетку. Такими пространственными решетками являются кристаллические тела. Атомы, молекулы или ионы, расположенные в узлах кристаллической решетки, играют роль регулярных неоднородностей – центров дифракции. Однако период таких решеток слишком мал (порядка десятых долей нанометра) для того, чтобы можно было наблюдать дифракцию в видимом свете. Для наблюдения дифракции на кристаллах используются электромагнитные волны, соответствующие рентгеновской части спектра.

Впервые исследование дифракции рентгеновских лучей было проведено Лауэ в 1912 г. Схема установки приведена на рис. II.14. Между катодом и анодом рентгеновской трубки *РТ* приложено ускоряющее напряжение U в несколько десятков киловольт. Электроны, ускоренные электрическим полем, тормозятся на аноде, что приводит к возникновению рентгеновского излучения. Диафрагма *Д* вырезает узкий пучок рентгеновских лучей, которые падают на монокристалл *К*, расположенный на подставке. На экране *Э* возникает дифракционная картина, называемая *лауэграммой*.

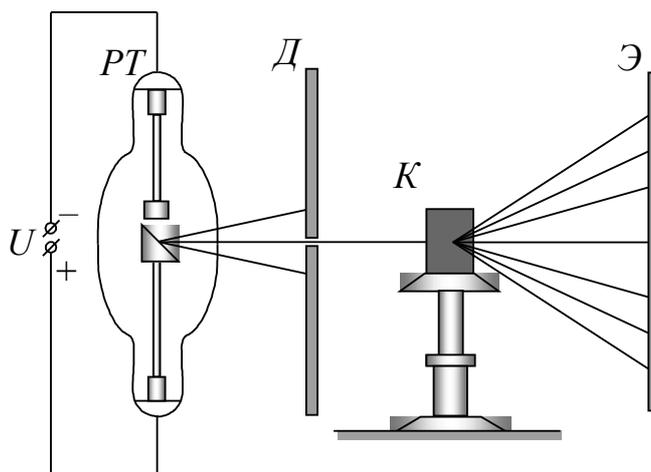


Рис. II.14

Между катодом и анодом рентгеновской трубки *РТ* приложено ускоряющее напряжение U в несколько десятков киловольт. Электроны, ускоренные электрическим полем, тормозятся на аноде, что приводит к возникновению рентгеновского излучения. Диафрагма *Д* вырезает узкий пучок рентгеновских лучей, которые падают на монокристалл *К*, расположенный на подставке. На экране *Э* возникает дифракционная картина, называемая *лауэграммой*. На рис. II.15 приведен пример лауэграммы монокристалла бериллия. В методе, разработанном Дебаем и Шерером, используется монохроматическое рентгеновское излучение и поликристаллические образцы. Дифракционная картина, называемая *дебаеграммой*, представляет собой совокупность концентрических дифракционных колец. Анализ лауэграммы или дебаеграммы позволяет получить сведения о структуре кристаллов.

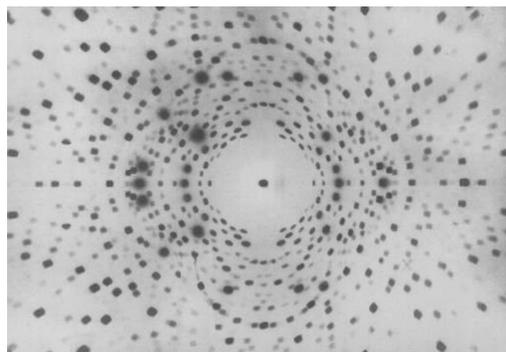


Рис. II.15

Получим условие максимумов при дифракции от пространственной решетки. Пучок па-

параллельных рентгеновских лучей направим на поверхность кристалла (рис. П.16). Проведем через узлы кристаллической решетки параллельные равноотстоящие плоскости, которые называют атомными плоскостями. Вторичные волны, отраженные от различных атомных плоскостей, являются когерентными и интерферируют между собой. Разность хода Δ интерферирующих лучей 1 и 2 равна

$$\Delta = CB + BD = 2d\sin\theta.$$

Чтобы произошло взаимное усиление отраженных волн, разность хода должна равняться целому числу длин волн λ . Таким образом, условие, при котором возникнут дифракционные максимумы, имеет вид:

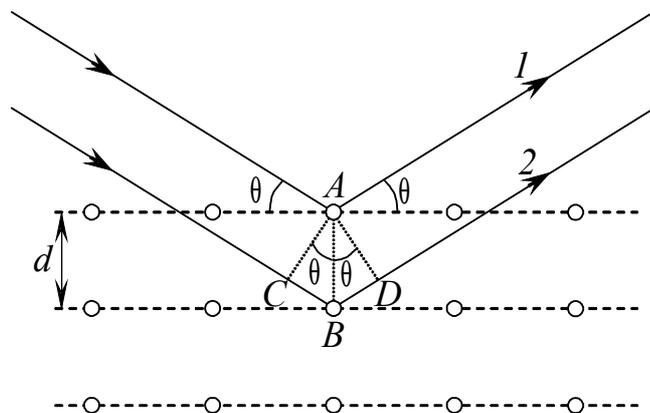


Рис. П.16

$$2d\sin\theta = k\lambda, \quad (\text{П.28})$$

где угол θ , дополнительный к углу падения, называется *углом скольжения*, d – *межплоскостное расстояние*. Полученное соотношение (П.28) называется формулой Вульфа–Брэггов¹.

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения.

1. По известной длине волны рентгеновского излучения определяется межплоскостное расстояние d , характеризующее структуру кристалла. На этом основан *рентгеноструктурный анализ*.

2. По известному межплоскостному расстоянию с использованием формулы Вульфа–Брэггов определяются длины волн, входящих в состав рентгеновского излучения. На этом основан *рентгеноспектральный анализ*. Исследуемое вещество помещается на анод разборной рентгеновской трубки. Под действием быстрых электронов вещество испускает рентгеновские лучи, которые падают на кристалл известной структуры. Измеряют углы дифракции θ и рассчитывают по формуле (П. 28) соответствующие длины волн, по величинам которых делается вывод о химическом составе исследуемого вещества.

¹ Формула была получена в 1913 г. независимо друг от друга русским кристаллографом Вульфом и английскими физиками отцом и сыном Брэггами.

III. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Свет представляет собой электромагнитную волну. В световой волне совершаются колебания векторов напряженности электрического поля \mathbf{E} и магнитной индукции \mathbf{B} в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. В уравнении электромагнитной волны

$$\begin{cases} E = E_0 \cos(\omega t - kr) \\ B = B_0 \cos(\omega t - kr) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

E_0 и B_0 – амплитудные значения величин E и B , ω – циклическая частота колебаний, t – время, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, r – расстояние от источника колебаний до данной точки среды. Световые волны являются поперечными, т.е. колебания векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} перпендикулярны направлению распространения волны.

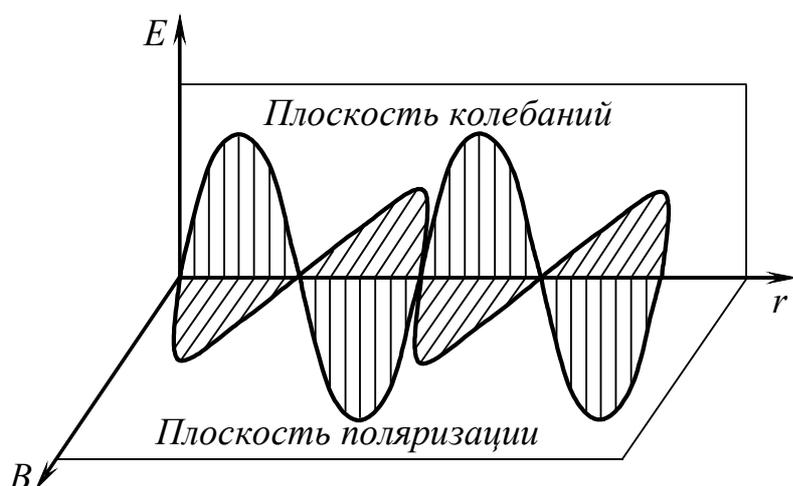


Рис. III.1

График электромагнитной волны приведен на рис. III.1. Свет, испускаемый обычными (нелазерными) источниками представляет собой множество электромагнитных колебаний с различной ориентацией в пространстве векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} . Такой свет называется *естественным*. Свет, в котором направления колебаний векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} упорядочены каким-либо образом, называется *поляризованным*. Свет, в котором колебания вектора \mathbf{E} (или \mathbf{B}) происходят в строго определенной плоскости, называется *плоскополяризованным* (или *линейно поляризованным*) светом. На рис. III.1 показан график плоскополяризованной электромагнитной волны. Плоскость, в которой совершает колебания вектор \mathbf{E} , называется *плоскостью колебаний*. Плоскость, в которой совершает колебания вектор \mathbf{B} , называется *плоскостью поляризации* (рис. III.1). *Частично поляризованным* называется свет, в котором вектор \mathbf{E} (или \mathbf{B}) имеет некоторое преимуществен-

ное направление колебаний. Свет, в котором колебания вектора \mathbf{E} (или \mathbf{B}) происходят в строго определенной плоскости, называется *плоскополяризованным* (или *линейно поляризованным*) светом. На рис. III.1 показан график плоскополяризованной электромагнитной волны. Плоскость, в которой совершает колебания вектор \mathbf{E} , называется *плоскостью колебаний*. Плоскость, в которой совершает колебания вектор \mathbf{B} , называется *плоскостью поляризации* (рис. III.1). *Частично поляризованным* называется свет, в котором вектор \mathbf{E} (или \mathbf{B}) имеет некоторое преимуществен-

ное направление колебаний. *Эллиптически поляризованным* светом называется такой свет, в котором конец вектора **E** (или **B**) описывает эллипс в плоскости, перпендикулярной лучу. Свет, в котором конец вектора **E** (или **B**) описывает окружность, называется *поляризованным по кругу*.

Как показывает опыт и как следует из теории, воздействие света на вещество обусловлено главным образом электрической составляющей, т.е. колебаниями вектора **E**. Поэтому при схематическом изображении световой волны часто указывают только вектор напряженности электрического поля. На рис. III.2 схематически показаны лучи естественного (*a*), плоскополяризованного (*б*) и частично поляризованного света (*в*).

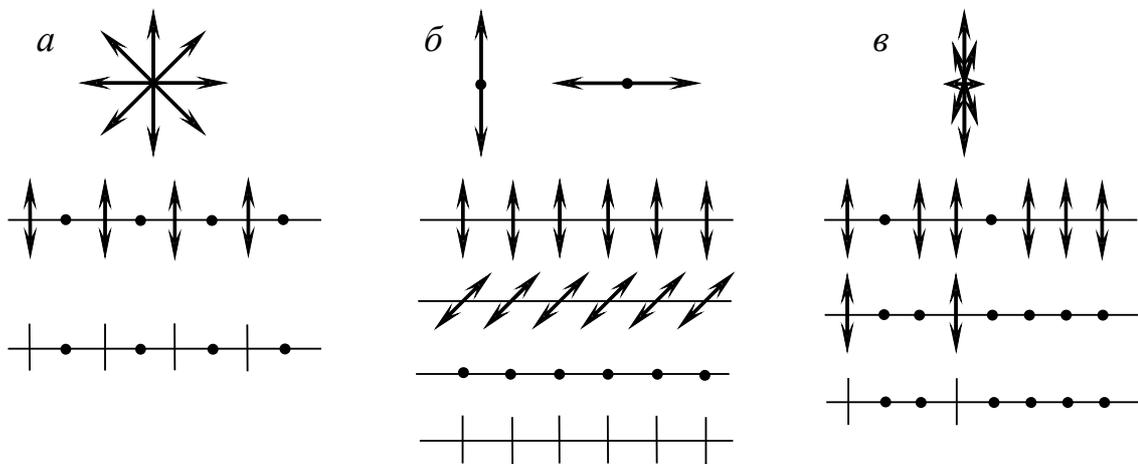


Рис. III.2

В отличие от естественного света поляризованный свет характеризуется не только интенсивностью, длиной (или частотой) волны, но еще и положением плоскости колебаний или плоскости поляризации. Поэтому лучи, имеющие одинаковую интенсивность и цвет, но различную ориентацию вектора **E**, не тождественны друг другу. Однако человеческий глаз не обнаруживает различие между этими лучами и вообще не отличает поляризованный свет от естественного. Превратить естественный свет в поляризованный можно следующими способами: при отражении света от поверхности диэлектрика, при пропускании света через анизотропные кристаллы, а также с помощью различных поляризационных устройств. Превращение естественного света в поляризованный называется *поляризацией* света. *Степенью поляризации* называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (\text{III.2})$$

где I_{\max} и I_{\min} – соответственно максимальная и минимальная интенсивность частично поляризованного света. Для плоскополяризованного света $I_{\min} = 0$ и $P = 1$; для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$.

III.1. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера

Если направить естественный свет на поверхность изотропного¹ диэлектрика, то отраженный и преломленный лучи частично поляризуются во взаимно перпендикулярных плоскостях. У отраженного луча преобладают колебания в плоскости, перпендикулярной *плоскости падения*. Плоскость падения – это плоскость, проходящая через падающий луч и перпендикуляр в точке падения. Степень поляризации зависит от угла падения. При некотором определенном угле падения α_B (рис. III.3) отраженный луч оказывается полностью поляризованным, а преломленный луч остается частично поляризованным. Угол α_B называется *углом полной поляризации*, или *углом Брюстера*.

*Закон Брюстера*² устанавливает зависимость угла полной поляризации α_B от относительного показателя преломления отражающей среды:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}. \quad (\text{III.3})$$

Покажем, что в случае полной поляризации отраженного света отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны, т.е. $\gamma = 90^\circ$. По закону преломления света

$$\frac{\sin \alpha_A}{\sin \beta} = n_{21}.$$

По закону Брюстера

$$\frac{\sin \alpha_A}{\cos \alpha_A} = n_{21}.$$

Тогда $\sin \beta = \cos \alpha_B$. Используя формулу приведения $\sin \beta = \cos(90^\circ - \beta)$, получаем $\cos(90^\circ - \beta) = \cos \alpha_B$, т.е.

$\alpha_B = 90^\circ - \beta$. Из рис. III.3 видно, что $\alpha_B + \gamma + \beta = 180^\circ$, следовательно, $\gamma = 90^\circ$.

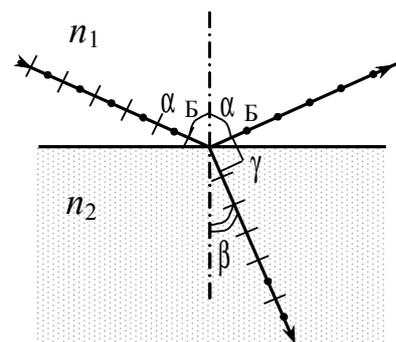


Рис. III.3

¹ Изотропной называется среда, физические свойства которой одинаковы во всех направлениях.

² Установлен английским физиком Брюстером в 1815 г.

III.2. Поляризация света в анизотропных кристаллах.

Двойное лучепреломление

Кристаллы, физические свойства которых различны в разных направлениях, называются *анизотропными*. К таким кристаллам относится, например, исландский шпат (прозрачная бесцветная разновидность кальцита CaCO_3), кварц (SiO_2), турмалин (кальциевый боросиликат сложного химического состава).

Если пропустить луч естественного света через анизотропный кристалл, то происходит разделение луча на два, т. е. возникает *двойное лучепреломление*¹. Вышедшие из кристалла лучи (независимо от угла падения на поверхность кристалла) параллельны друг другу и параллельны падающему лучу (рис. III.4).

Один из лучей подчиняется закону преломления и называется *обыкновенным лучом*.

Второй луч, называемый *необыкновенным*, не подчиняется закону преломления света.

Обыкновенный и необыкновенный лучи плоскополяризованы во взаимно-перпендикулярных плоскостях и распространяются в кристалле с различными скоростями.

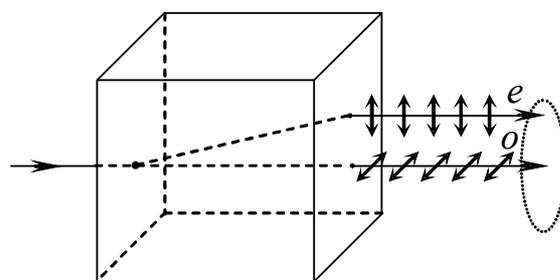


Рис. III.4

В обыкновенном луче вектор напряженности электрического поля \mathbf{E} совершает колебания в плоскости, перпендикулярной плоскости падения луча, а в необыкновенном луче вектор \mathbf{E} колеблется в плоскости падения луча. Обыкновенный луч условно обозначается буквой *o*, а необыкновенный – *e* (от английских слов *ordinary* и *extraordinary*, соответственно). При вращении кристалла вокруг падающего луча необыкновенный луч описывает цилиндрическую поверхность вокруг обыкновенного луча.

Оптической осью кристалла называется направление, вдоль которого свет проходит, не испытывая двойного лучепреломления, т.е. обыкновенный и необыкновенный лучи не разделяются и распространяются с одинаковой скоростью. Отметим, что оптическая ось кристалла не является какой-то одной прямой линией, подобной, например, оси симметрии тела. Оптическая ось характеризует определенное направление в кристалле и может быть проведена через

¹ Впервые явление двойного лучепреломления наблюдал Бартолини в 1669 г. на кристалле исландского шпата.

любую его точку. Плоскость, проходящая через оптическую ось и луч, называется *главной плоскостью* кристалла.

Оптически анизотропные кристаллы в зависимости от типа их симметрии подразделяются на одноосные и двуосные, т.е. имеют одну или две оптические оси. При прохождении света через двуосный кристалл оба луча являются необыкновенными. В двуосном кристалле главная плоскость проходит через обе оптические оси. В дальнейшем мы рассматриваем только одноосные кристаллы.

Физическая сущность процесса поляризации света при двойном лучепреломлении заключается в следующем. Переменное электрическое поле световой волны вызывает в кристаллическом диэлектрике смещение заряженных частиц (ионов и электронов). Такое смещение зарядов есть поляризационный ток. Этот ток выделяет джоулево тепло, то есть в кристалле происходит превращение световой энергии в тепловую. Если кристалл анизотропен, то возможные смещения его частиц, а следовательно, сила поляризационного тока и поглощение световых колебаний оказываются неодинаковыми и зависят от направления распространения световой волны. В кристалле имеются два взаимно перпендикулярных направления, определяемых положением оптической оси и направлением падающего луча, когда не происходит поглощения световых колебаний. Кристалл пропускает световые колебания только в этих двух направлениях. В результате происходит деление луча на два: на обыкновенный и необыкновенный. Колебания вектора \mathbf{E} в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости кристалла и перпендикулярно оптической оси кристалла независимо от направления луча (рис. III.5, *a*). Поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью ($v_o = \text{const}$), следовательно, показатель преломления обыкновенного луча есть величина постоянная и не зависит от направления луча: $n_o = \frac{c}{v_o} = \text{const}$. Колебания вектора \mathbf{E} в необыкновенном луче происходят в главной плоскости кри-

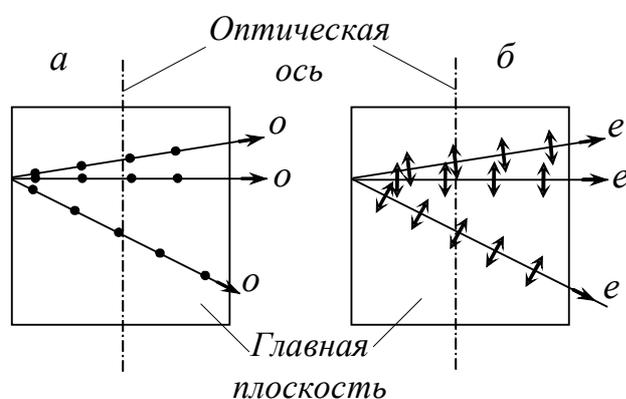


Рис. III.5

сталла по всем направлениям с одинаковой скоростью ($v_o = \text{const}$), следовательно, показатель преломления обыкновенного луча есть величина постоянная и не зависит от направления луча: $n_o = \frac{c}{v_o} = \text{const}$. Колебания вектора \mathbf{E} в необыкновенном луче происходят в главной плоскости кри-

сталла. Направления колебаний вектора \mathbf{E} относительно главной оптической оси зависят от направления луча (рис. III.5, б), поэтому скорость распространения необыкновенного луча неодинакова в разных направлениях ($v_e \neq \text{const}$), следовательно, показатель преломления необыкновенного луча зависит от направления луча: $n_e = \frac{c}{v_e} \neq \text{const}$. Если падающий луч параллелен оптической оси кристалла, то скорости распространения обоих лучей одинаковы ($v_e = v_o$), следовательно, $n_e = n_o$. Наибольшее различие в скоростях и в показателях преломления обыкновенного и необыкновенного лучей наблюдается, когда падающий луч перпендикулярен оптической оси.

Различают *положительные и отрицательные кристаллы*. Если $v_o \geq v_e$ ($n_o \leq n_e$), то кристалл называется положительным. Если $v_o \leq v_e$ ($n_o \geq n_e$), то кристалл называется отрицательным. К положительным кристаллам относится, например, кварц; к отрицательным – исландский шпат.

III.3. Построения Гюйгенса

Ход обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле можно определить с помощью принципа Гюйгенса и представления о волновых поверхностях обыкновенного и необыкновенного лучей. Волновая поверхность обыкновенного луча имеет вид сферы, т.к. скорость распространения обыкновенного луча одинакова во всех направлениях. Волновая поверхность необыкновенного луча представляет собой эллипсоид вращения. У положительных кристаллов эллипсоид вытянут вдоль оптической оси и находится внутри сферической волновой поверхности обыкновенного луча (рис. III.6, а). У отрицательных кристаллов эллипсоид вытянут в направлении, перпендикулярном к оптической оси кристалла; сферическая волновая поверхность находится внутри эллипсоида (рис. III.6, б). В направлении оптической оси кристалла волновые поверхности обоих лучей касаются друг друга.

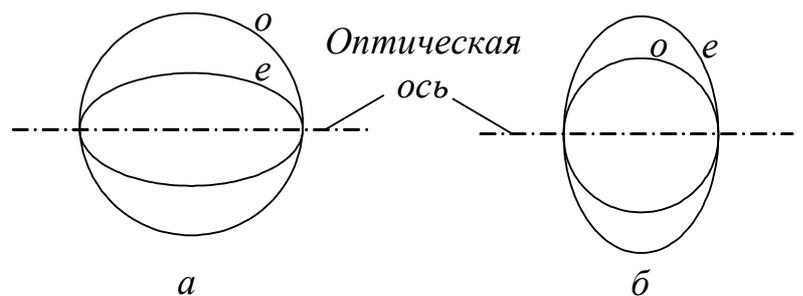


Рис. III.6

Рассмотрим пример построения хода лучей, когда свет падает под некоторым углом к поверхности положительного кристалла с известным направлением оптической оси (рис. III.7). Построение выполнено для момента времени, когда волновой фронт падающей волны достиг точки 1, а из точки 2 световая волна распространяется вглубь кристалла. Точка 2 является центром волновых

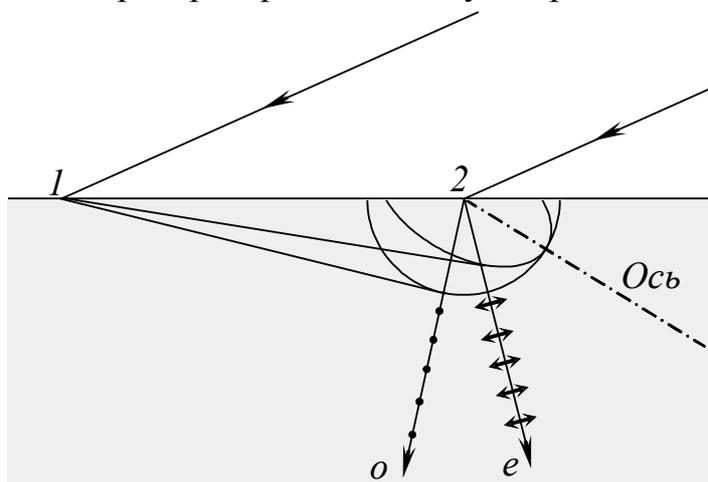


Рис. III.7

поверхностей обыкновенного и необыкновенного лучей. Огибающие вторичных волн представляют собой плоскости, касательные к волновым поверхностям (на рис. III.7 из точки 1 проведены касательные к окружности и к эллипсу). Через точку падения 2 и точки касания проводим соответственно обыкновенный и необыкновенный преломленные лучи.

Обыкновенный луч идет перпендикулярно к его волновой поверхности, а необыкновенный луч заметно отклоняется от нормали к своей волновой поверхности.

III.4. Поляризационные устройства

При прохождении естественного света через оптически анизотропные кристаллы на выходе образуются два плоскополяризованных луча. Однако ни один кристалл не дает достаточного расхождения таких лучей. Для того чтобы отделить один поляризованный луч от другого, используют поляризационные устройства (поляризаторы), некоторые из которых рассмотрены ниже.

Призма Николя¹. Шотландский физик Николь в 1828 г. изобрел поляризационный прибор, действие которого основано на явлении двойного лучепреломления. Для изготовления николя берется кусок исландского шпата, из которого отшлифовывают продолговатый косоугольный параллелепипед. Торцевая грань составляет с основанием угол 68° , а с оптической осью 48° . Призму распиливают пополам вдоль диагональной плоскости, перпендикулярной к торцевым гра-

¹ Призму Николя часто называют *николем*.

ням и к главной плоскости (рис. III.8). Отшлифованные поверхности распила склеивают особым веществом – *канадским бальзамом* – клеем, вырабатываемым из смолы канадской пихты.

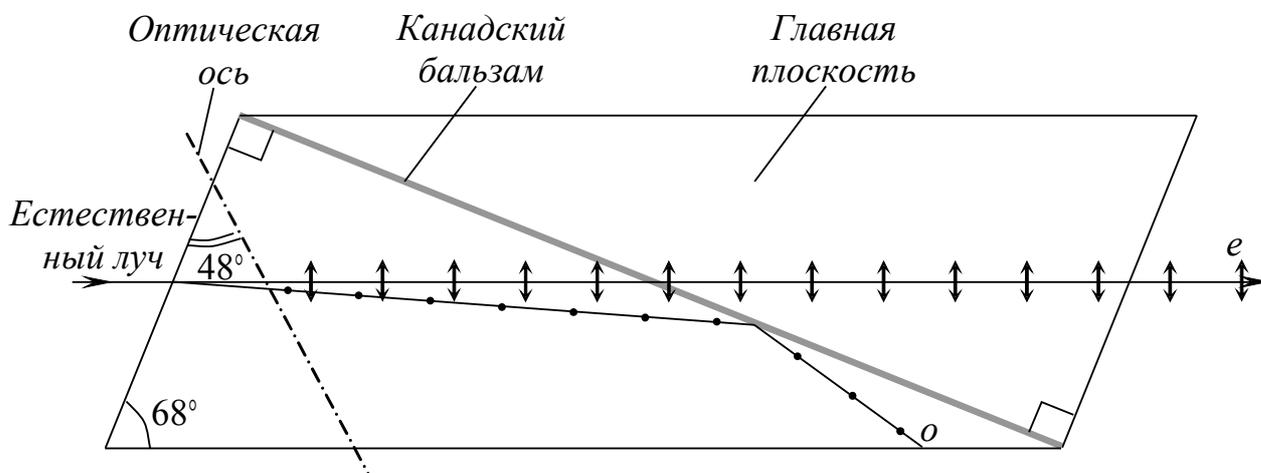


Рис. III.8

Показатель преломления канадского бальзама меньше показателя преломления исландского шпата для обыкновенного луча, но больше показателя преломления для необыкновенного луча,

$$n_e < n_{к.б.} < n_o.$$

Следовательно, для обыкновенного луча канадский бальзам является оптически менее плотной средой, а для необыкновенного луча – более плотной, чем исландский шпат. Обыкновенный луч, падающий на слой канадского бальзама под углом, равным или большим предельного угла ($76^{\circ}26'$), претерпевает полное внутреннее отражение и поглощается зачерненной поверхностью основания призмы. Необыкновенный луч выходит из призмы, практически не отклоняясь от первоначального направления. Таким образом, сквозь призму Николя проходит только один плоскополяризованный луч, в котором вектор напряженности электрического поля колеблется в главной плоскости кристалла.

Используются и другие поляризационные призмы, изготавливаемые из исландского шпата. Такие призмы, как и призма Николя, имеют две части треугольного сечения, но в них ориентация оптических осей взаимно перпендикулярна, а по диагональной плоскости эти части разделены либо воздушным зазором, либо слоем глицерина или другими органическими жидкостями. В некоторых поляризационных призмах используется комбинация исландского шпата со стеклом.

Поляроиды. Некоторые анизотропные кристаллы неодинаково поглощают обыкновенный и необыкновенный лучи. Это явление называется *дихроизмом* (от греческого *dichroos* – двухцветный)¹, так как проявляется в различной окраске кристаллов по разным направлениям. Это происходит вследствие того, что поглощение световых лучей зависит от направления колебаний светового вектора и от направления распространения света в кристалле, а также от длины волны. Наиболее сильно дихроизм проявляется в кристаллах турмалина и сульфата йодистого хинина (*герпатита*)². Так, обыкновенный луч полностью поглощается кристаллом турмалина толщиной 1 мм, а кристаллами герпатита – толщиной 0,1 мм. При этом на выходе из кристаллов получается поляризованный (необыкновенный) луч определенной длины волны, т.е. такой кристалл одновременно является и поляризатором, и светофильтром.

Явление дихроизма используется для изготовления *поляроидов*. Поляроид³ представляет собой тонкую полимерную пленку, на которую нанесены кристаллики герпатита, ориентированные определенным образом. В настоящее время вместо герпатита используются и другие вещества: органические красители, полимеры, жидкие кристаллы.

Поляроиды применяются, например, для защиты от ослепляющего действия солнечных лучей и фар автотранспорта, для устранения бликов при фотографировании, в стереокино и т.д. Преимущество поляроидов перед призматическими поляризационными устройствами состоит в их относительной дешевизне и в возможности получать поляризаторы с большой площадью поверхности (до нескольких квадратных метров). Недостатками поляроидов являются невысокая термостойкость и небольшая по сравнению с призмами прозрачность.

Одно из важных применений жидких кристаллов в современных технологиях – изготовление жидкокристаллических ячеек. Жидкокристаллическая ячейка представляет собой два скрещенных поляроида, между которыми расположены прозрачные электроды с тонким проводящим покрытием и жидкокристаллическая среда. Такая ячейка может пропускать или не пропускать свет в

¹ Явление дихроизма открыто в 1809 г. французским ученым Кордье.

² Английский ученый Герпат разработал теоретическую модель поляризатора (1852 г.) и получил кристаллы сульфата йодистого хинина.

³ Первый поляроид был изобретен Лендом в 1938 г.

зависимости от того, приложено или нет электрическое поле между электродами. Жидкокристаллические ячейки находят разнообразное применение, в частности, в производстве жидкокристаллических дисплеев.

Поляризаторы являются важной частью поляризационного микроскопа, который позволяет получать контрастные стереоскопические изображения исследуемых объектов. Поляризационные микроскопы применяются в минералогии, химии, биологии, медицине, криминалистике, и т.д.

III.5. Закон Малюса¹

Рассмотрим прохождение света через два поляризационных устройства, которыми могут быть, например, призмы Николя, пластинки турмалина, поляроиды (рис. III.9). Первое поляризационное устройство называется *поляризатором* (*P*), второе – *анализатором* (*A*). Пройдя через поляризатор, естественный свет становится плоско поляризованным. Анализатор пропускает только ту составляющую вектора **E** электромагнитной световой волны, которая совпадает с оптической осью анализатора.

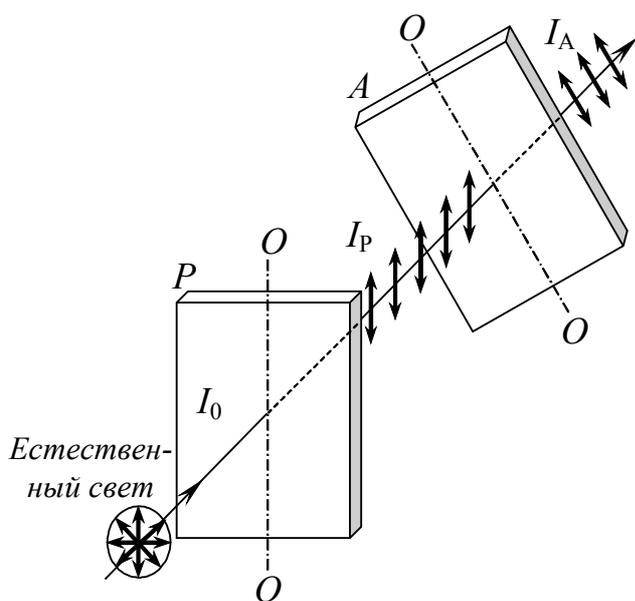


Рис. III.9

Анализатор пропускает только ту составляющую вектора **E** электромагнитной световой волны, которая совпадает с оптической осью анализатора.

Если оптические оси поляризатора и анализатора параллельны, т.е. угол между их оптическими осями α равен нулю, то интенсивность света, вышедшего из анализатора, будет максимальной. Если оптические оси поляризатора и анализатора составляют угол 90° (поляризатор и анализатор скрещены), то свет через анализатор не пройдет. Если угол между оптическими осями поляризатора и анализатора имеет промежуточное значение ($0 < \alpha < 90^\circ$), то анализатор пропустит некоторую часть интенсивности света, вышедшего из поляризатора.

¹ Установлен в 1810 г. французским физиком Малюсом.

Получим зависимость между интенсивностями света, прошедшего через поляризатор и анализатор (I_P и I_A), и углом α . Построим векторную диаграмму (рис. III.10), на которой P и A – оптические оси поляризатора и анализатора. Амплитуда колебаний вектора напряженности электрического поля световой волны, прошедшей через поляризатор, – E_P , а через анализатор – E_A . Проекцию E_P на перпендикуляр к оптической оси анализатора обозначим как E_{\perp} , а проекция E_P на ось, параллельную оптической оси анализатора, E_{\parallel} , есть E_A . Так как $E_{\parallel} = E_A = E_P \cos \alpha$, а интенсивность световой волны пропорциональна квадрату амплитуды колебаний вектора напряженности электрического поля ($I \sim E^2$), то

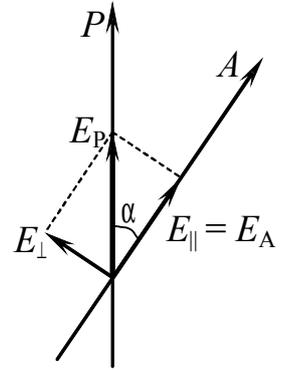


Рис. III.10

$$I_A = I_P \cos^2 \alpha. \quad (\text{III.4})$$

Полученное соотношение и представляет собой закон Малюса: *интенсивность света, вышедшего из анализатора равна произведению интенсивности света, вышедшего из поляризатора, на квадрат косинуса угла между оптическими осями поляризатора и анализатора.*

Интенсивность света, вышедшего из поляризатора I_P , связана с интенсивностью естественного света I_0 , падающего на поляризатор, соотношением

$$I_P = I_0 \langle \cos^2 \alpha_0 \rangle,$$

где $\langle \cos^2 \alpha_0 \rangle$ – среднее значение квадрата косинуса угла между вектором напряженности электрического поля естественного света и оптической осью поляризатора. Поскольку угол α_0 может быть любым, то $\cos^2 \alpha_0$ лежит в интервале от 0 до 1, а $\langle \cos^2 \alpha_0 \rangle = \frac{1}{2}$. Следовательно,

$$I_P = \frac{1}{2} I_0. \quad (\text{III.5})$$

С учетом полученного соотношения (III.5) формула (III.4) принимает вид:

$$I_A = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha. \quad (\text{III.6})$$

В том случае, когда поляризатор и анализатор не являются идеальными, необходимо учитывать потери света в них, обусловленные отражением и поглощением. Формулы (III.4 – III.6) принимают соответственно следующий вид:

$$I_A = I_P(1 - k)\cos^2\alpha, \quad (\text{III.7})$$

$$I_P = \frac{1}{2} I_0(1 - k), \quad (\text{III.8})$$

$$I_A = \frac{1}{2} I_0(1 - k)^2\cos^2\alpha, \quad (\text{III.9})$$

где k – коэффициент потерь (в долях единицы) на отражение и поглощение света.

III.6. Оптически активные вещества. Поляриметр

Оптически активными веществами называются такие вещества, при прохождении через которые плоскополяризованного света происходит поворот плоскости колебаний вокруг направления луча.

К оптически активным веществам относятся некоторые кристаллические и аморфные вещества (кварц, киноварь, камфара, винная кислота, сахар), жидкости (скипидар, эфирные масла), растворы моно- и дисахаридов, винной кислоты и др. Вещества, поворачивающие плоскость колебаний по часовой стрелке (если смотреть навстречу лучу), называются *правовращающими*, а вещества, поворачивающие плоскость колебаний против часовой стрелки, называются *левоповращающими*. Например, глюкоза относится к правовращающим веществам, а фруктоза – к левовращающим. Многие оптически активные вещества существуют в двух модификациях (называемых *оптическими изомерами*), вращающих плоскость колебаний в двух противоположных направлениях.

Вращение плоскости колебаний поляризованного света обусловлено особенностями структуры оптически активных веществ, а именно, асимметричным строением молекул или кристаллической ячейки (отсутствием плоскости, центра и оси симметрии).

Угол поворота плоскости колебаний поляризованного света при прохождении света через твердые вещества или чистые жидкости прямо пропорционален толщине слоя вещества l :

$$\varphi = \alpha l, \quad (\text{III.10})$$

где α – *постоянная вращения вещества*. Единица постоянной вращения вещества в СИ – радиан на метр (рад/м). Используется также внесистемная единица – градус на миллиметр (град/мм).

В случае растворов угол поворота плоскости колебаний пропорционален толщине слоя раствора l и концентрации растворенного вещества C :

$$\varphi = [\alpha]lC, \quad (\text{III.11})$$

где $[\alpha]$ – удельное вращение раствора. Единица удельного вращения раствора в СИ – радиан-квадратный метр на килограмм ($\text{рад}\cdot\text{м}^2/\text{кг}$), внесистемная единица

$$\frac{\text{град}\cdot\text{см}^3}{\text{г}\cdot\text{дм}}.$$

Величина удельного вращения и постоянной вращения зависит от природы оптически активного вещества, от температуры, от природы растворителя, от длины волны света. Зависимость $[\alpha]$ от длины волны называется вращательной дисперсией¹.

Вращение плоскости колебаний поляризованного света оптически активными веществами лежит в основе работы приборов, называемых *поляриметрами*. С помощью поляриметра можно отличить правовращающий оптический изомер от левовращающего, определить концентрацию оптически активного вещества в растворе или удельное вращение. Схема простейшего поляриметра приведена на рис. III.11. Свет от источника S пропускают через светофильтр F^2 и поляризатор P . Окуляр O , совмещенный с анализатором A и круговой шкалой K , поворачивают так, чтобы свет не проходил через анализатор (анализатор устанавливают на темноту, т.е. поляризатор и анализатор скрещены).

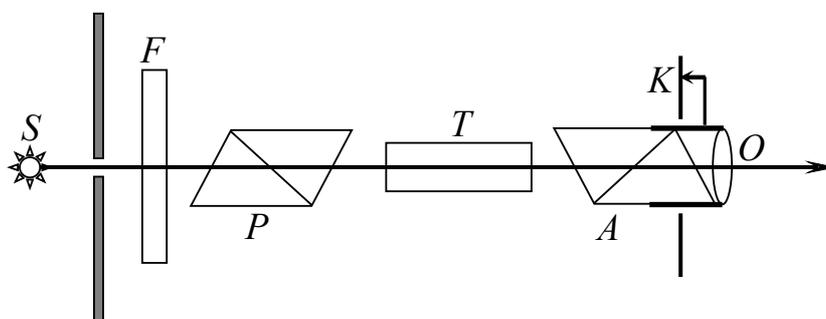


Рис. III.11

Этому положению анализатора соответствует угол между оптическими осями $\pi/2$. Затем между поляризатором и анализатором помещают трубку (кювету) T с исследуемым раствором. При этом поле зрения окуляра светлеет, поскольку раствор повернет плоскость колебаний поляризованного света на некоторый

¹ Вдали от полос поглощения удельное вращение обратно пропорционально квадрату длины волны света в вакууме: $[\alpha] \sim \lambda_0^{-2}$ (закон Био).

² Используются светофильтры, соответствующие длине волны 589 нм (желтая линия λ_D в спектре натрия).

угол φ . Очевидно, что на такой же угол следует повернуть анализатор, чтобы вновь установить его на темноту. Этому положению анализатора соответствует отсчет по шкале φ_1 . Тогда угол поворота плоскости колебаний равен

$$\varphi = \pi/2 - \varphi_1.$$

В современных полутеневых поляриметрах точность определения угла поворота плоскости колебаний существенно выше, чем в описанном простейшем поляриметре.

Оптически неактивная среда может приобретать способность вращать плоскость колебаний поляризованного света (т.е. становится оптически активной) под действием внешнего магнитного поля. Это явление искусственной оптической активности называется *эффектом Фарадея* (1845). Угол поворота φ плоскости колебаний поляризованного света прямо пропорционален напряженности магнитного поля H и толщине слоя вещества l :

$$\varphi = VHI, \quad (\text{III.12})$$

где коэффициент пропорциональности V , называемый *постоянной Верде*, зависит от длины волны света и от природы вещества.

III.7. Искусственная анизотропия

Фотоупругость. Явление *фотоупругости*¹ заключается в том, что под влиянием внешней механической деформации оптически изотропное прозрачное твердое тело становится оптически анизотропным. В том случае, когда тело подвергается односторонней деформации, оно приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением внешней действующей силы (рис. III.12). При прохождении света через такое тело возникает двойное лучепреломление. Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей пропорциональна приложенному напряжению:

$$n_o - n_e = k\sigma, \quad (\text{III.13})$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от природы деформируемого тела, σ – нормальное напряжение (отношение силы, приложенной нормально, к площади поперечного сечения недеформированного тела); n_e – пока-

¹ Явление фотоупругости открыто Зеебеком (1813) и Брюстером (1815).

затель преломления по направлению приложенной силы F ; n_o – показатель преломления вдоль направления, перпендикулярного световому лучу и силе F .

Если поместить деформированное тело между поляризатором и анализатором, то можно наблюдать интерференционную картину. Интерференция обусловлена тем, что обыкновенная и необыкновенная волны, распространяющиеся в одноосном кристалле при падении на него плоскополяризованного света, когерентны между собой¹. (рис. III.12). Разность фаз колебаний у вышедших из образца обыкновенного и необыкновенного лучей выражается формулой:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} l(n_o - n_e), \quad (\text{III.14})$$

где λ_0 – длина волны света в вакууме, l – толщина образца. При наблюдении в белом свете интерференционная картина становится окрашенной. По виду интерференционной картины можно судить о распределении напряжений в деформированном образце.

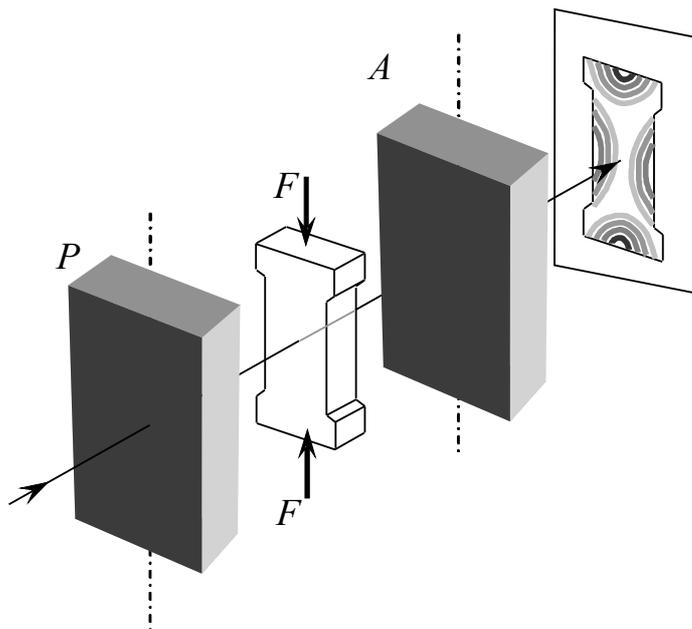


Рис. III.12

Явление фотоупругости используется для исследования распределения напряжений в изделиях из стекла и других прозрачных материалов; при моделировании различных частей машин, механизмов, строительных конструкций.

Эффект Керра открыт в 1875 г. и заключается в том, что жидкий или твердый изотропный диэлектрик, помещенный в сильное однородное электрическое поле, становится анизотропным². Принципиальная схема установки для наблюдения эффекта Керра приведена на рис. III.13. Основным элементом установки является ячейка Керра, которая представляет собой кювету с образцом и плоским конденсатором. Ячейка Керра помещается между поляризатором и анализатором. При включении электрического поля вещество поляризуется и приоб-

¹ Но если на анизотропный кристалл падает естественный свет, то обыкновенная и необыкновенная волны не будут когерентными, и интерференции не возникнет.

² В 1930 г. эффект Керра был обнаружен у газов.

ретаёт свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением вектора напряженности электрического поля конденсатора. Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей прямо пропорциональна квадрату напряженности электрического поля E :

$$n_e - n_o = B\lambda_0 E^2, \quad (\text{III.15})$$

где B – константа Керра, зависящая от природы вещества, длины волны света и температуры. В наибольшей степени эффект Керра проявляется у нитробензола.

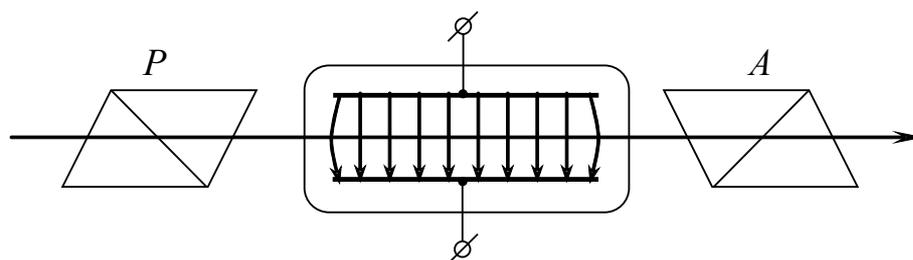


Рис. III.13

Эффект Керра практически безынерционен. Длительность процессов переходов вещества в анизотропное состояние и обратно не превышает 1 нс. На этом основано применение ячейки Керра в быстродействующих световых затворах, которые используются в скоростной фото- и киносъемке, в лазерной технике для генерации мощных импульсов и т.д.

Эффект Коттон-Мутона открыт в 1907 г. и заключается в возникновении искусственной анизотропии в некоторых жидких и твердых средах под действием магнитного поля, перпендикулярного световому лучу. Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей прямо пропорциональна квадрату напряженности H магнитного поля:

$$n_e - n_o = C\lambda_0 H^2, \quad (\text{III.16})$$

где C – постоянная Коттон-Мутона, зависящая от природы вещества, длины волны света и температуры.

IV. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. В опыте Ллойда световая волна, исходящая непосредственно из источника S (узкой щели), интерферирует с волной, отраженной от зеркала (см. рис. I.5). В результате на экране образуется система интерференционных полос. Расстояние от источника до экрана $l = 100$ см. При некотором положении источника ширина интерференционной полосы на экране $\Delta x = 0,25$ мм, а после того как источник отодвинули на $h = 0,6$ мм от плоскости зеркала, ширина полос уменьшилась в $\eta = 1,5$ раза. Найдите длину световой волны.

Дано:

$l = 100$ см
 $\Delta x = 0,25$ мм
 $h = 0,6$ мм
 $\eta = 1,5$

$\lambda - ?$

Решение

Пусть расстояние между источником света S и его изображением S_1 в зеркале равно d . Если источник S отодвинуть от зеркала на h , то расстояние между когерентными источниками увеличится на $2h$: $d_1 = d + 2h$ (рис. IV.1). Для определения длины волны λ используем формулу (I.13) для ширины

интерференционной полосы. Запишем эту формулу для двух расстояний между источниками d и d_1 :

$$\Delta x = \frac{l\lambda}{d} \quad \text{и} \quad \Delta x_1 = \frac{l\lambda}{d + 2h}.$$

По условию задачи $\Delta x = \eta \Delta x_1$,

тогда

$$\frac{l\lambda}{d} = \eta \frac{l\lambda}{d + 2h}.$$

Отсюда $d = \frac{2h}{\eta - 1}$. (*)

Из формулы (I.13) выразим длину

волны: $\lambda = \frac{\Delta x d}{l}$. Подставим сюда формулу (*), получим:

$$\lambda = \frac{2h\Delta x}{l(\eta - 1)}.$$

Подставляем числовые значения:

$$\lambda = \frac{2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 0,25 \cdot 10^{-3}}{1(1,5 - 1)} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 600 \text{ нм}.$$

Ответ: 600 нм.

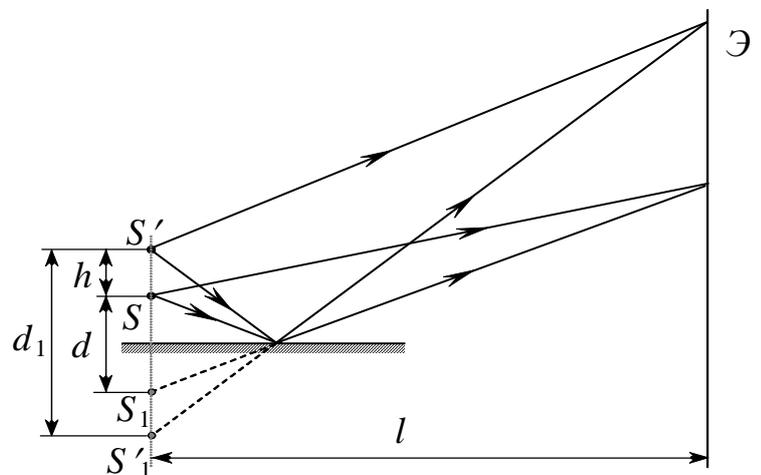


Рис. IV.1

Задача 2. Собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 10$ см разрезана пополам, расстояние между полулинзами $d = 0,5$ мм (билинза Бийе, рис. I.4). Оцените число интерференционных полос на экране, расположенном за линзой на расстоянии $D = 60$ см, если перед линзой имеется точечный источник монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм, удаленный от линзы на расстояние $a = 15$ см.

Дано:

$F = 10$ см
 $d = 0,5$ мм
 $D = 60$ см
 $\lambda = 500$ нм
 $a = 15$ см

 $N - ?$

Решение

Каждая из половинок билинзы Бийе дает изображение источника S . Верхняя половина дает изображение S_1 , нижняя дает изображение S_2 (рис. IV.2). Чтобы получить изображение S_1 , выберем два луча: первый луч SC после преломления в линзе пересечет фокальную плоскость PP в точке K , получившейся от пересечения с фокальной плоскостью побочной оптической оси O_1O_1 , параллельной лучу SC . Вторым луч SA проходит, не преломляясь, через точку A до пересечения с первым лучом в точке S_1 , являющейся

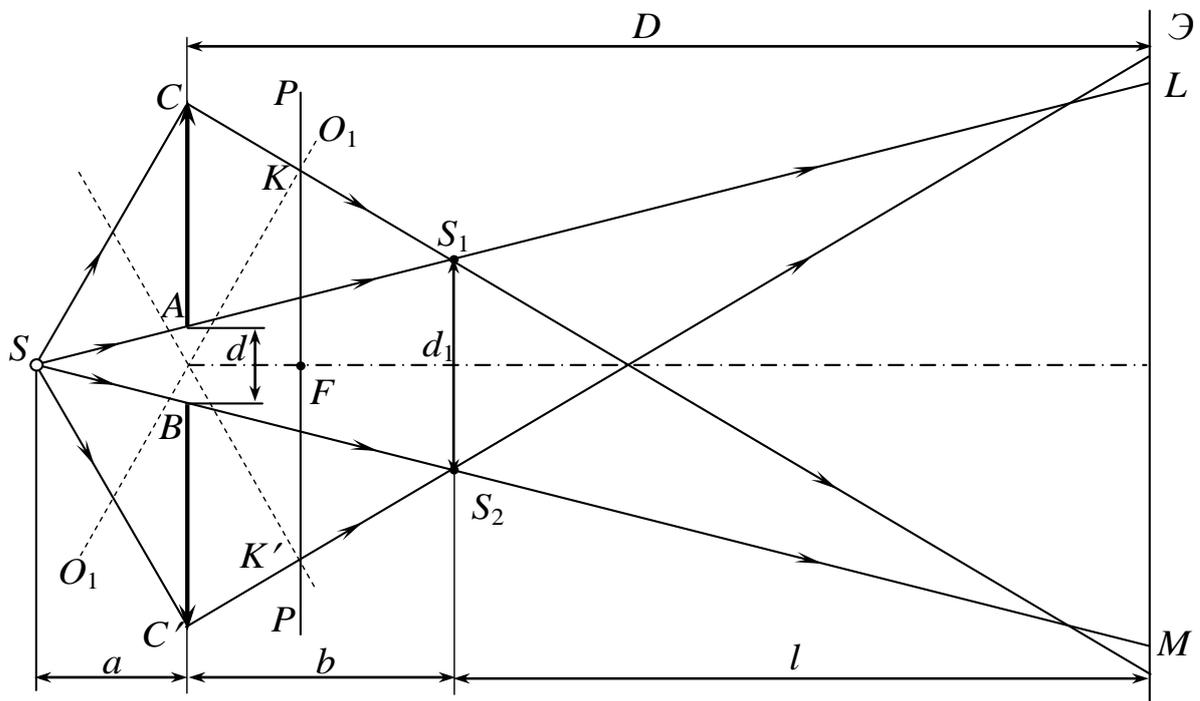


Рис. IV.2

изображением S в верхней половине билинзы Бийе. Аналогично построим изображение S_2 . Источники S_1 и S_2 когерентны, поэтому в области наложения световых волн на экране получим интерференционную картину. Число полос на

экране равно:

$$N = \frac{LM}{\Delta x}.$$

Ширина интерференционной полосы, согласно формуле (I.13), равна

$$\Delta x = \frac{l\lambda}{d_1},$$

где $l = D - b$. Расстояние b от линзы до изображения найдем из формулы тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}; \quad b = \frac{Fa}{a - F}.$$

Из подобия треугольников SAB и SS_1S_2 имеем:

$$\frac{d_1}{d} = \frac{a+b}{a}, \text{ или } \frac{d_1}{d} = \frac{a + \frac{Fa}{a-F}}{a},$$

откуда

$$d_1 = \frac{ad}{a-F}.$$

Подставляя d_1 и l в формулу для Δx , получим:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{ad}(aD - DF - aF).$$

Из подобия треугольников SAB и SLM следует, что

$$\frac{d}{a} = \frac{LM}{a+D},$$

откуда

$$LM = \frac{d}{a}(a+D).$$

Число наблюдаемых полос равно

$$N = \frac{LM}{\Delta x}; \quad N = \frac{d^2(a+D)}{\lambda(aD - DF - aF)}.$$

Подставляем числовые значения:

$$N = \frac{(0,5 \cdot 10^{-3})^2(0,15 + 0,6)}{5 \cdot 10^{-7}(0,15 \cdot 0,6 - 0,6 \cdot 0,1 - 0,15 \cdot 0,1)} = 25.$$

Ответ: $N = 25$.

Задача 3. Плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной 1,2 мкм и показателем преломления $n = 1,5$ помещена между двумя средами с показателями преломления n_1 и n_2 . Свет падает нормально на пластинку (рис. IV.3). Длина волны света в вакууме 0,6 мкм. Определить результат интерференции световых лучей, отраженных от верхней и от нижней поверхностей пластинки, в следующих случаях: 1) $n_1 < n < n_2$; 2) $n_1 > n > n_2$; 3) $n_1 < n > n_2$; 4) $n_1 > n < n_2$.

<u>Дано:</u>	<u>Решение</u>
$d = 1,2$ мкм	Результат интерференции зависит от оптической разности хода Δ интерферирующих лучей 1 и 2 (рис. IV.3), другими словами, от числа полуволн m , укладывающихся в оптической разности хода. Если $m = \frac{\Delta}{\lambda_0/2}$ – четное число, то наблюдается усиление света (интерференционный максимум), если $m = \frac{\Delta}{\lambda_0/2}$ – нечетное число, то происходит ослабление света (интерференционный минимум).
$n = 1,5$	
$\lambda_0 = 0,6$ мкм	
1) $n_1 < n < n_2$	
2) $n_1 > n > n_2$	
3) $n_1 < n > n_2$	
4) $n_1 > n < n_2$	
$m = ?$	

При определении оптической разности хода надо учитывать, что при отражении света от оптически более плотной среды появляется дополнительная разность хода $\lambda_0/2$, обусловленная изменением фазы колебаний на π .

При нормальном падении света на пластинку оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна $\Delta = 2dn + (\lambda_0/2)$, если один из лучей отражается от оптически

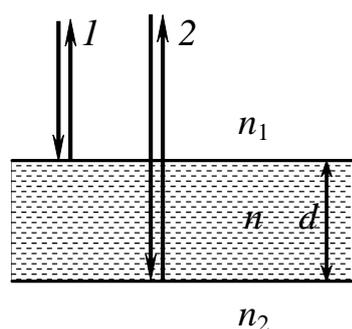


Рис. IV.3

более плотной среды, или $\Delta = 2dn$, если оба луча отражаются от оптически более плотной среды или оба луча отражаются от оптически менее плотной среды. Тогда в каждом из четырех случаев имеем:

- 1) $n_1 < n < n_2$, т.е. оба луча отражаются от оптически более плотной среды, и $\Delta = 2dn$;
- 2) $n_1 > n > n_2$, т.е. оба луча отражаются от оптически менее плотной среды, и $\Delta = 2dn$;
- 3) $n_1 < n > n_2$, т.е. луч 1 отражается от оптически более плотной среды, а луч 2 – от оптически менее плотной среды, и $\Delta = 2dn + (\lambda_0/2)$;
- 4) $n_1 > n < n_2$, т.е. луч 1 отражается от оптически менее плотной среды, а луч 2 – от оптически более плотной среды, и $\Delta = 2dn + (\lambda_0/2)$.

В первых двух случаях число полуволин, укладывающихся в оптической разности хода, равно

$$m = \frac{\Delta}{\lambda_0/2} = \frac{2dn}{\lambda_0/2} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5}{0,6 \cdot 10^{-6}/2} = 12,$$

т.е. m – четное число, наблюдается усиление света (интерференционный максимум).

В третьем и четвертом случаях

$$m = \frac{\Delta}{\lambda_0/2} = \frac{2dn + \lambda_0/2}{\lambda_0/2} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 + 0,3 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 10^{-6}} = 13,$$

т.е. m – нечетное число, наблюдается ослабление света (интерференционный минимум).

Ответ: 1) $m = 12$, максимум; 2) $m = 12$, максимум; 3) $m = 13$, минимум; 4) $m = 13$, минимум.

Задача 4. Поверхности стеклянного клина образуют между собой угол $0,2'$. На клин нормально падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны 550 нм. Определить ширину интерференционной полосы. Показатель преломления стекла принять равным $1,5$.

Дано:

$$\gamma = 0,2'$$

$$\lambda = 550 \text{ нм}$$

$$n = 1,5$$

$$\Delta x = ?$$

Решение

Выделим из всей совокупности лучей, падающих на поверхность клина, лучи 1 и 2 , расстояние между которыми равно ширине интерференционной полосы Δx (рис. IV.4). Допустим, что в точках падения лучей 1 и 2 наблюдаются светлые полосы (интерференционные максимумы). Обозначим толщину пленки в месте падения первого луча h_1 , второго – h_2 . Оптическая разность хода когерентных лучей, образованных при отражении луча 1 от верхней и от нижней поверхностей пленки, согласно формуле (I.7) и с учетом потери полуволин, равна

$$2h_1n + \lambda_0/2 = k\lambda_0. \quad (1)$$

Аналогично для луча 2

$$2h_2n + \lambda_0/2 = (k+1)\lambda_0. \quad (2)$$

Вычитая (1) из (2), получим:

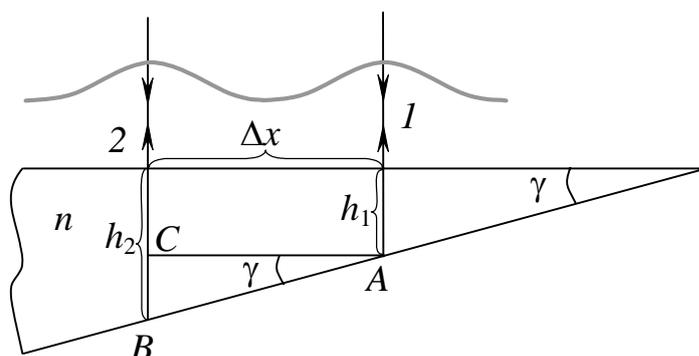


Рис. IV.4

$$2(h_2 - h_1)n = \lambda_0. \quad (3)$$

Из треугольника ABC выразим разность расстояний $h_2 - h_1 = \Delta x \operatorname{tg} \gamma$.

Ввиду малости угла $h_2 - h_1 = \Delta x \gamma$ (где γ выражен в рад). Тогда уравнение (3) принимает вид:

$$2\Delta x \gamma n = \lambda_0, \quad (4)$$

откуда ширина интерференционной полосы равна

$$\Delta x = \frac{\lambda_0}{2n\gamma} = \frac{5,55 \cdot 10^{-7} \cdot 60 \cdot 180}{2 \cdot 1,5 \cdot 0,2 \cdot 3,14} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3,2 \text{ мкм}.$$

Ответ: 3,2 мм.

Задача 5. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны 500 нм. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено сероуглеродом, показатель преломления которого равен 1,62. Радиус кривизны линзы 10 м. Показатели преломления линзы и пластины равны, соответственно 1,50 и 1,70. Определить радиус третьего темного кольца Ньютона в отраженном свете.

<u>Дано:</u>	<u>Решение</u>
$\lambda_0 = 500 \text{ нм}$	В установке по наблюдению колец Ньютона (рис. I.12) воздушный зазор заполнен жидкостью с показателем преломления n . Возникает интерференция лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей слоя жидкости. Так как $n > n_1$, то первый луч отражается от оптически более плотной среды, следовательно, при его отражении происходит изменение фазы колебаний на π , что соответствует потере полуволны $\lambda_0/2$. Но n_2 также больше n , следовательно, и второй луч отражается от оптически более плотной среды и при его отражении также происходит потеря полуволны. Оптическая разность хода интерферирующих лучей равна
$R = 10 \text{ м}$	
$n = 1,62$	
$n_1 = 1,50$	
$n_2 = 1,70$	
$k = 3$	
$r = ?$	

$$\Delta = 2hn.$$

Из $\triangle AOB$ (рис. I.12) следует, что

$$R^2 = (R - h)^2 + r^2 = R^2 - 2Rh + h^2 + r^2.$$

Пренебрегая малой величиной h^2 , получим

$$r^2 = 2Rh,$$

$$r = \sqrt{2Rh}. \quad (*)$$

Поскольку требуется определить радиус темного кольца, применим условие интерференционных минимумов:

$$\Delta = 2hn = (2k - 1)\lambda_0/2,$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ – номер кольца. Тогда

$$h = \frac{(2k - 1)\lambda_0}{4n}.$$

Подставим полученное выражение в формулу (*):

$$r = \sqrt{\frac{(2k - 1)\lambda_0 R}{2n}}$$

По условию задачи $k = 3$, тогда

$$r = \sqrt{\frac{(2 \cdot 3 - 1)5 \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2 \cdot 1,62}} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2,8 \text{ мм}.$$

Ответ: 2,8 мм.

Задача 6. На диафрагму с диаметром отверстия 1,96 мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 600 нм. При каком наибольшем расстоянии между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно?

Дано:

$$\lambda = 600 \text{ нм}$$

$$D = 1,96 \text{ мм}$$

$$b_{\text{max}} - ?$$

Решение

На диафрагму падает параллельный пучок монохроматического света, поэтому фронт волны – плоскость (дифракция Фраунгофера). Диафрагма вырезает из плоскости волнового фронта

кружок диаметром D , в котором укладывается определенное число зон Френеля

m . Расстояние от края m -зоны до точки P на экране равно $NP = b + m\lambda/2$

(рис. IV.5). Из прямоугольного треугольника ONP следует:

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2.$$

Раскрывая скобки и пренебрегая малой величиной $m^2\lambda^2/4$, получим формулу для числа зон Френеля:

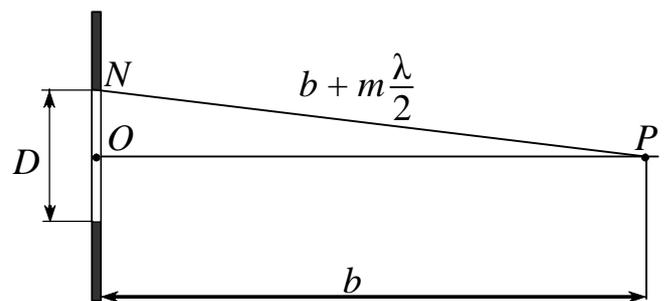


Рис. IV.5

$$m = \frac{D^2}{4b\lambda}. \quad (*)$$

Отсюда следует, что с увеличением расстояния b между диафрагмой и экраном число зон Френеля, укладывающихся в отверстии диафрагмы, уменьшается. Результат дифракции зависит от того, четное или нечетное число зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы, а именно: если m четное, то наблюдается минимум, если нечетное, то – максимум. Следовательно, наибольшему расстоянию b_{\max} , при котором наблюдается дифракционный минимум, соответствует наименьшее четное число зон Френеля, т.е. $m = 2$. Из формулы (*) выражаем b :

$$b = \frac{D^2}{4m\lambda}.$$

Находим максимальное расстояние b_{\max} :

$$b_{\max} = \frac{(1,96 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} = 0,8 \text{ м}.$$

Ответ: 0,8 м.

Задача 7. На дифракционную решетку падает нормально белый свет. Линза, помещенная вблизи решетки, проектирует спектр на экран, отстоящий от линзы на 3 м. Ширина спектра первого порядка 66 см. Определить постоянную решетки. Границы видимого света $\lambda_{\text{кр}} = 770$ нм, $\lambda_{\text{ф}} = 380$ нм.

<u>Дано:</u>	<u>Решение</u>
$F = 3 \text{ м}$ $\lambda_{\text{кр}} = 770 \text{ нм}$ $\lambda_{\text{ф}} = 380 \text{ нм}$ $k = 1$ $\Delta x = 6,6 \text{ см}$ <hr/> $d = ?$	<p>На рис. IV.6 $\varphi_{\text{ф}}$ – угол дифракции, соответствующий углу отклонения от первоначального направления фиолетовых лучей, $\varphi_{\text{кр}}$ – красных лучей, $x_{\text{ф}}$ – расстояние от центрального максимума до фиолетовой линии первого порядка, $x_{\text{кр}}$ – до красной линии; Δx – ширина спектра первого порядка. Из условия главных максимумов (II.19) следует, что $\sin j = \frac{k\lambda}{d}$.</p>

Считая углы дифракции первого порядка малыми, можно принять $\sin\varphi \approx \text{tg}\varphi$.

Тогда

$$\text{tg}\varphi = \frac{k\lambda}{d}. \quad (1)$$

Из рис. IV.5 видно, что $x_\phi = F \text{tg}\varphi_\phi$,

$x_{\text{кр}} = F \text{tg}\varphi_{\text{кр}}$, тогда

$$\Delta x = x_{\text{кр}} - x_\phi = F(\text{tg}\varphi_{\text{кр}} - \text{tg}\varphi_\phi). \quad (2)$$

Подставим (1) в (2), получим:

$$\Delta x = F \left(\frac{k\lambda_{\text{кд}}}{d} - \frac{k\lambda_\delta}{d} \right),$$

откуда

$$d = \frac{F(k\lambda_{\text{кд}} - k\lambda_\delta)}{\Delta x}.$$

Подставляем числовые значения:

$$d = \frac{3(1,7,7 \cdot 10^{-7} - 1,3,8 \cdot 10^{-7})}{6,6 \cdot 10^{-2}} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 18 \text{ мкм}.$$

Ответ: 18 мкм.

Задача 8. Минимальное значение угловой дисперсии дифракционной решетки $1,266 \cdot 10^{-3}$ рад/нм. Найти угловое расстояние между линиями с длинами волн $\lambda_1 = 480$ нм и $\lambda_2 = 500$ нм в спектре первого порядка.

Дано:

$$D_{\phi_{\text{min}}} = 1,266 \cdot 10^{-3} \text{ рад/нм}$$

$$\lambda_1 = 480 \text{ нм}$$

$$\lambda_2 = 500 \text{ нм}$$

$$k = 1$$

Решение

Угловое расстояние между линиями равно разности углов дифракции, соответствующих этим линиям

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Угловая дисперсия определяется соотношением

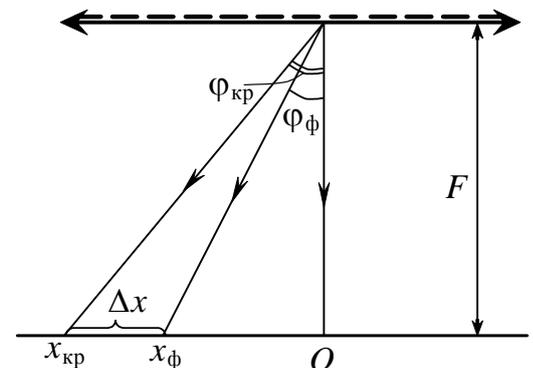


Рис. IV.6

$\Delta\varphi - ?$

минимальное значение угловой дисперсии соответствует минимальному значению $k = 1$ и минимальному значению λ , равному λ_1 . Из (II.25) выразим постоянную дифрешетки d и рассчитаем ее величину:

$$d = k \sqrt{\lambda_1^2 + \left(\frac{1}{D_{\varphi \min}}\right)^2} ; d = 1 \cdot \sqrt{(0,48 \cdot 10^{-6})^2 + \left(\frac{1}{1,266 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9}\right)^2} = 0,92 \cdot 10^{-6} \text{ м} .$$

Из условия главных максимумов (II.19) $d \sin \varphi = k \lambda$ выразим углы дифракции:

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{k \lambda_1}{d}, \quad \varphi_2 = \arcsin \frac{k \lambda_2}{d} .$$

Подставляем числовые значения:

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{1 \cdot 0,48 \cdot 10^{-6}}{0,92 \cdot 10^{-6}} = 31,4^\circ, \quad \varphi_2 = \arcsin \frac{1 \cdot 0,50 \cdot 10^{-6}}{0,92 \cdot 10^{-6}} = 32,9^\circ .$$

Тогда $\Delta\varphi = 1,5^\circ$.

Ответ: $1^\circ 30'$.

Задача 9. Дифракционную картину наблюдают с помощью дифракционной решетки длиной 2 см, имеющей 100 штр/мм. В спектрах каких порядков будут разрешены две спектрально близкие линии с длинами волн 589,0 и 589,1 нм?

<u>Дано:</u>	<u>Решение</u>
$l = 2 \text{ см}$	Разрешающая способность дифракционной решетки определяется формулами (II.26) $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ и (II.27) $R = kN$, где $\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, N – общее число штрихов, $N = \frac{l}{d}$, $d = \frac{10^{-3}}{N_0}$.
$N_0 = 100 \text{ штр/мм}$	
$\lambda_1 = 589,0 \text{ нм}$	
$\lambda_2 = 589,1 \text{ нм}$	
$k - ?$	Приравнивая правые части уравнений (II.26) и (II.27),

выразим k :

$$k = \frac{\lambda}{N(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{10^{-3} \lambda}{l N_0 (\lambda_2 - \lambda_1)} .$$

Выполним вычисления:

$$k = \frac{10^{-3} \cdot 5,89 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 100(5,891 \cdot 10^{-7} - 5,890 \cdot 10^{-7})} = 2,94 .$$

Две спектрально близкие линии будут разрешены, если выполняется соотношение: $kN \geq \frac{\lambda}{\delta\lambda}$. Это значит, что, начиная со спектра 3-го порядка, линии λ_1 и λ_2

будут видны отдельно.

Определим максимальный порядок спектра k_{\max} из условия главных максимумов (II.19), принимая $\varphi_{\max} = 90^\circ$:

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda}, \quad k_{\max} = \frac{10^{-3}}{100 \cdot 589 \cdot 10^{-9}} = 16,98.$$

Полученная величина означает, что 17-й максимум не виден, поэтому, отбрасывая дробную часть, имеем $k_{\max} = 16$.

Ответ: две спектрально близкие линии будут разрешены в спектрах порядка $k = 3, 4, \dots, 16$.

Задача 10. Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем плоскость пропускания среднего поляроида составляет угол 60° с плоскостью пропускания двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает таким поглощением, что при падении на него линейно поляризованного света коэффициент пропускания составляет 0,81. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света после прохождения этой системы?

<u>Дано:</u>	<u>Решение</u>
$\alpha = 60^\circ$	Коэффициент пропускания τ и коэффициент потерь k на поглощение и отражение света связаны между собой соотношением
$\tau = 0,81$	
$\frac{I_0}{I_3} = ?$	$\tau = 1 - k,$
	тогда согласно формуле (III.8) интенсивность света, вышедшего из первого поляроида, равна

$$I_1 = \frac{1}{2} \tau I_0,$$

где I_0 – интенсивность естественного света. По закону Малюса (III.4) интенсивность света, прошедшего через второй поляроид, равна

$$I_2 = \tau I_1 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \tau^2 I_0 \cos^2 \alpha.$$

Аналогично интенсивность света, вышедшего из третьего поляроида, связана с интенсивностью света, вышедшего из второго поляроида, соотношением

$$I_3 = \tau I_2 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \tau^3 I_0 \cos^4 \alpha.$$

Отношение интенсивности естественного света, падающего на первый поляроид, к интенсивности света, вышедшего из третьего поляроида, равно

$$\frac{I_0}{I_3} = \frac{2}{\tau^3 \cos^4 \alpha}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$\frac{I_0}{I_3} = \frac{2}{0,81^3 \cdot 0,5^4} \approx 60.$$

Ответ: в 60 раз.

Задача 11. На пути частично поляризованного света поместили поляризатор. При повороте поляризатора на угол $\alpha = 60^\circ$ из положения, соответствующего максимуму пропускания, интенсивность прошедшего света уменьшилась в $\eta = 3,0$ раза. Найти степень поляризации падающего света.

<p><u>Дано:</u></p> <p>$\alpha = 60^\circ$</p> <p>$\eta = 3$</p> <p>$P - ?$</p>	<p><u>Решение</u></p> <p>В частично поляризованном луче можно условно выделить две составляющие: одна – поляризованный свет, в котором колебания вектора E происходят в строго определенном направлении, и вторая составляющая, в которой световые колебания совершаются во всевозможных направлениях, как в естественном свете. Интенсивность света первой составляющей обозначим как I, второй – как I_0. Максимум пропускания соответствует случаю, когда направление колебаний вектора E поляризованного света параллельно плоскости пропускания поляризатора. Тогда поляризатор полностью пропустит первую составляющую падающего света и половину интенсивности второй составляющей:</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$I_{P1} = I + \frac{1}{2} I_0. \quad (1)$$

При повороте поляризатора из этого положения на угол α , интенсивность пропущенного поляризованного света определится по закону Малюса (III.4), а интенсивность пропущенной второй составляющей не зависит от угла поворота поляризатора и будет равна, как и в первом случае, $\frac{1}{2} I_0$, то есть

$$I_{P2} = I \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} I_0. \quad (2)$$

По условию задачи $\frac{I_{P1}}{I_{P2}} = \eta$, т.е.

$$I_{P1} = \eta I_{P2}. \quad (3)$$

Подставим соотношения (1) и (2) в (3):

$$I + \frac{1}{2} I_0 = \eta(I \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} I_0),$$

откуда после преобразований и подстановки числовых данных имеем:

$$I = 4I_0.$$

Степень поляризации частично поляризованного света определяется формулой (III.2)

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где максимальная интенсивность $I_{\max} = I_{P1} = 4I_0 + \frac{1}{2} I_0 = 4,5I_0$.

Минимальная интенсивность соответствует случаю, когда поляризатор не пропустит поляризованный свет; через него пройдет только половина второй составляющей частично поляризованного света $I_{\min} = \frac{1}{2} I_0$. Тогда степень поляризации света равна:

$$P = \frac{4,5I_0 - 0,5I_0}{4,5I_0 + 0,5I_0} = 0,80.$$

Ответ: 80%.

Задача 12. Плоскополяризованный монохроматический свет падает на идеальный поляризатор и полностью гасится им. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластинку, интенсивность света стала равна половине интенсивности света, падающего на поляризатор. Определить толщину кварцевой пластинки, если постоянная вращения кварца $48,9^\circ$ град/мм.

<u>Дано:</u>	<u>Решение</u>
$I_2 = \frac{1}{2} I_1$ $\alpha = 48,9$ град/мм <hr/> $d - ?$	<p>Так как поляризованный свет гасится поляризатором, то это означает, что угол между плоскостью пропускания поляризатора и направлением колебаний вектора \mathbf{E} поляризованного света равен $\frac{\pi}{2}$. Кварц – это оптически активное</p>

вещество, и при введении кварцевой пластинки происходит поворот плоскости колебаний на угол

$$\varphi = \alpha d, \quad (*)$$

где α – постоянная вращения кварца, d – толщина пластинки.

После введения пластинки угол между плоскостью пропускания поляризатора и плоскостью колебаний падающего на поляризатор поляризованного света станет равным $\frac{\pi}{2} - \varphi$. По закону Малюса (III.4),

$$I_2 = I_1 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right).$$

Так как по условию задачи $I_2 = \frac{1}{2} I_1$, то $\frac{1}{2} I_1 = I_1 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$, или $\sin^2 \varphi = \frac{1}{2}$.

Откуда $\varphi = \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ$.

Из формулы (*) имеем

$$d = \frac{\varphi}{\alpha} = \frac{45}{48,9} = 0,92 \text{ мм}.$$

Ответ: $d = 0,92$ мм.

V. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Вариант №1

1. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны 600 нм равен 0,82 мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,5$ м.
Ответ: 1,34.
2. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плеч интерферометра Майкельсона помещена закрытая с обеих сторон откачанная до высокого вакуума стеклянная трубка длиной $l = 15$ см. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина для длины волны 589 нм сместилась на 192 полосы. Определить показатель преломления аммиака.
Ответ: 1,000377.
3. Линза проектирует на экран спектр, полученный при помощи дифракционной решетки. Определить фокусное расстояние линзы, если в спектре второго порядка расстояние на экране между линиями дублета ($\lambda_1 = 589,0$ и $\lambda_2 = 589,6$ нм) натриевой лампы равно 1 мм. Дифракционная решетка имеет 600 штрихов на 1 мм длины. *Ответ:* 1 м.
4. На диафрагму с круглым отверстием диаметром $d = 4$ мм падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны 500 нм. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $b = 1$ м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран? *Ответ:* 8 зон.
5. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол в 60° , если каждый из николей поглощает 5% и отражает 5% падающего света.
Ответ: в 9,88 раза.

Вариант № 2

1. На тонкую глицериновую пленку толщиной 1,5 мкм под углом 30° к поверхности пленки падает белый свет. Определить длины волн лучей видимого участка спектра, которые будут максимально усилены в результате интерференции. Показатель преломления глицерина принять равным 1,47.

Ответ: 648 нм, 548 нм, 475 нм, 419 нм.

2. В установке для наблюдения колец Ньютона свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны $R_1 = 1$ м, положенную выпуклой стороной на вогнутую поверхность плосковогнутой линзы с радиусом кривизны $R_2 = 2$ м. Определить радиус третьего темного кольца Ньютона, наблюдаемого в отраженном свете.

Ответ: 1,73 мм.

3. Дифракционная решетка имеет 500 штрихов на 1 мм длины. Для какой длины волны света наблюдается дифракционный максимум второго порядка под углом дифракции $\varphi = 30^\circ$? Определить угловую дисперсию для этого угла дифракции в спектре второго порядка (результат выразить в СИ и в угловых минутах на нанометр).

Ответ: 500 нм; $1,155 \cdot 10^6$ рад/м; 3,97 мин/нм.

4. Плоская световая волна монохроматического света ($\lambda = 500$ нм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром $d = 1$ см. На каком расстоянии b от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало: 1) одну зону Френеля; 2) две зоны Френеля?

Ответ: 50 м; 25 м.

5. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен α . Как поляризатор, так и анализатор поглощают по 10%, и отражают по 4% падающего света. Определить угол α , если интенсивность света, вышедшего из анализатора, равна 12% интенсивности света, падающего на поляризатор.

Ответ: $55^\circ 16'$.

Вариант № 3

1. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны 500 нм. Между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете расстояние равно 0,5 мм. Определить угол между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин, $n = 1,60$. *Ответ:* 1' 4".
2. В интерферометр-рефрактометр были помещены две цилиндрические трубки длиной $l = 10$ см, закрытые с обоих концов плоскопараллельными прозрачными пластинками. Воздух из трубок был откачен. При этом в поле зрения окуляра интерферометра наблюдалась интерференционная картина в виде светлых и темных полос. Когда одну из трубок наполнили водородом, интерференционная картина сместилась на $k = 25$ полосы. Определить показатель преломления водорода, если в интерферометре использовался источник монохроматического света с длиной волны 560 нм. *Ответ:* 1,000140.
3. Угловая дисперсия дифракционной решетки для света с длиной волны $\lambda = 500$ нм в спектре второго порядка равна 1,40 мин/нм. Определить постоянную дифракционной решетки. Сколько максимумов можно наблюдать с помощью данной решетки для света с длиной волны $\lambda_1 = 600$ нм.
Ответ: 5 мкм; 17.
4. Плоская световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием (рис. IV.5). В результате дифракции в некоторых точках оси отверстия, находящихся на расстояниях b от его центра, наблюдаются максимумы интенсивности. Получить вид функции $b = f(r, \lambda, m)$, где r – радиус отверстия; λ – длина волны; m – число зон Френеля, открываемых для данной точки оси отверстием. *Ответ:* $b = r^2/(m\lambda)$, $m = 1, 3, 5, \dots$.
5. Естественный свет проходит через два николя, угол между главными плоскостями которых равен 30° , и падает на зеркало. Отразившись от зеркала, свет вновь проходит через оба николя. Пренебрегая поглощением света, определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света после его обратного прохождения.
Ответ: в 3,56 раза.

Вариант № 4

1. На мыльную пленку с показателем преломления 1,33 падает белый свет под углом 45° . При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в красный цвет ($\lambda_0 = 700$ нм)? *Ответ:* 0,16 мкм.
2. Диаметр второго светлого кольца Ньютона при наблюдении в отраженном монохроматическом свете с длиной волны 600 нм равен 1,2 мм. Определить оптическую силу D плосковыпуклой линзы. Показатель преломления материала линзы равен 1,50.
Ответ: 1,25 дптр.
3. Сравнить наибольшую и наименьшую разрешающую способность для красной линии кадмия ($\lambda = 644$ нм) двух дифракционных решеток одинаковой длины ($l = 5$ мм), но разных периодов ($d_1 = 4$ мкм, $d_2 = 8$ мкм). Чем примечателен полученный результат?
4. Сферическая волна распространяется от точечного монохроматического источника света с длиной волны $\lambda = 600$ нм и падает на диафрагму с отверстием радиусом $r = 0,4$ мм. Расстояние a от источника до диафрагмы 1 м. Определить расстояние b от отверстия до центра экрана, где наблюдается максимум освещенности.
Ответ: 36,3 см.
5. В поляризационном фотометре одновременно рассматриваются две половины поля зрения. В одной половине видна эталонная светящаяся поверхность с яркостью $B_1 = 5$ ккд/м², в другой – испытуемая поверхность, свет от которой проходит через два николя. Граница между обеими половинами поля зрения становится незаметной, если второй николь повернуть относительно первого на угол $\alpha = 45^\circ$. Найти яркость B_2 исследуемой поверхности, если известно, что в каждом из николей теряется 8% интенсивности падающего на них света. *Указание:* яркость – фотометрическая величина, пропорциональная интенсивности света.
Ответ: 23,6 ккд/м².

Вариант № 5

1. При некотором расположении зеркала Ллойда ширина интерференционной полосы Δx на экране оказалась равной 1 мм. После того, как зеркало сместили параллельно самому себе на расстояние $\Delta d = 0,3$ мм, ширина интерференционной полосы уменьшилась. В каком направлении и на какое расстояние Δl следует переместить экран, чтобы ширина интерференционной полосы осталась прежней? Длина волны монохроматического света равна $\lambda = 600$ нм.

Ответ: отодвинуть от источника на 1 м.

2. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на плоскопараллельной стеклянной пластинке. Определить толщину b слоя воздуха там, где в отраженном свете ($\lambda = 600$ нм) видно первое светлое кольцо Ньютона.

Ответ: 0,15 мкм.

3. На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом $36^\circ 48'$ к нормали. Найти длину волны света. Сколько максимумов можно наблюдать с помощью данной решетки? Постоянная решетки 2 мкм.

4. Точечный источник монохроматического света ($\lambda = 500$ нм), плоская диафрагма с круглым отверстием радиуса $r = 1$ мм и экран расположены, как указано на рис. V.1. Расстояние от источника S до диафрагмы $a = 1$ м. Определить расстояние b от экрана до диафрагмы, при котором отверстие открывало бы для точки P три зоны Френеля. Как изменится интенсивность в точке P , если убрать диафрагму?

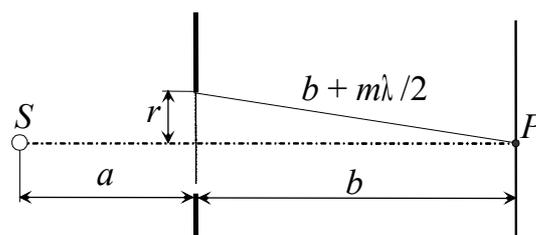


Рис. V.1

Ответ: $b = 2$ м.

5. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d_{\min} пластинки поле зрения после прохождения света через оба николя будет максимально просветлено? Постоянная вращения кварца для данной длины волны равна 0,52 рад/мм.

Вариант № 6

1. Две плоскопараллельные стеклянные пластинки образуют клин с углом $\gamma = 30''$. Пространство между пластинками заполнено глицерином. На клин нормально к его поверхности падает пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 534$ нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Какое число интерференционных полос приходится на $a = 1$ см длины клина? Показатель преломления глицерина равен 1,47. *Ответ:* 8 полос.
2. Плосковыпуклая линза с оптической силой $D = 2$ дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен 0,7 мм. Определить длину световой волны. Показатель преломления материала линзы равен 1,50. *Ответ:* 560 нм.
3. Дифракционная решетка длиной 5 мм может разрешить в первом порядке две спектральные линии натрия ($\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм). Свет падает на решетку нормально. Определить период дифракционной решетки.
Ответ: $0,59 \text{ мкм} \leq d \leq 5 \text{ мкм}$.
4. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны 500 нм. Помещенная вблизи решетки линза проектирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на расстояние $l = 1$ м. Расстояние между двумя максимумами первого порядка, наблюдаемыми на экране, $\Delta x = 20,2$ см. Определить: а) постоянную дифракционной решетки; б) число штрихов на 1 мм длины решетки; в) число максимумов, которое дает дифракционная решетка; г) максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму. *Ответ:* а) 4,95 мкм; б) 202 мм^{-1} ; в) 19; г) $65,5^\circ$.
5. Пучок света последовательно проходит через два николя, плоскости пропускания которых образуют между собой угол 40° . Коэффициент потерь k на поглощение света для каждого николя равен 0,15. Найти, во сколько раз пучок света, выходящий из второго николя, ослаблен, по сравнению с пучком, падающим на первый николю. Потерями на отражение света пренебречь.
Ответ: в 4,7 раза.

Вариант № 7

1. Пучок лазерного излучения с $\lambda_0 = 633$ нм падает по нормали на преграду с двумя узкими параллельными щелями. На экране, установленном за преградой, наблюдается система интерференционных полос. В какую сторону и на какое число полос сместится интерференционная картина, если одну из щелей перекрыть прозрачной пластинкой толщиной $d = 10,0$ мкм? Показатель преломления пластинки $n = 1,633$. *Ответ:* на 10 полос.

2. Кольца Ньютона наблюдаются с помощью двух одинаковых плосковыпуклых линз радиусом R кривизны, равным 1 м, сложенных вплотную выпуклыми поверхностями (плоские поверхности линз параллельны). Определить радиус второго светлого кольца, наблюдаемого в отраженном свете ($\lambda_0 = 660$ нм) при нормальном падении света на поверхность верхней линзы. *Ответ:* 0,7 мм.

3. Лазерный луч падает по нормали на прозрачную дифракционную решетку, расположенную на некотором расстоянии от экрана. Расстояние между главными дифракционными максимумами третьего порядка оказалось равным 15,5 см. Затем решетку заменили рамкой, на которой вертикально было закреплено химическое волокно (расстояние от рамки до экрана осталось тем же). Расстояние между дифракционными минимумами третьего порядка оказалось равным 84 мм. Определить толщину волокна, если в опыте использовалась дифракционная решетка, имеющая 100 штрихов на 1 мм.

Ответ: 18 мкм.

4. На щель шириной $a = 0,1$ мм падает нормально узкий пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Что будет наблюдаться на экране, если угол дифракции равен 1) $17'$; 2) $43'$?

5. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет 42° . Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через один николю N_1 ; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент потерь на поглощение $k = 0,09$. Потери на отражение света не учитывать.

Ответ: в 2,2 раза; в 4,4 раза.

Вариант № 8

1. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии $l = 75$ мм от нее. В отраженном монохроматическом свете с длиной волны $\lambda = 500$ нм на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить диаметр d проволочки, если на протяжении $a = 30$ мм насчитывается 16 светлых полос.

Ответ: 10 мкм.

2. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус восьмого темного кольца при наблюдении в отраженном свете ($\lambda = 700$ нм) равен 2,0 мм. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы равен 1,0 м. Найти показатель преломления жидкости. *Ответ:* 1,40.

3. Узкий параллельный пучок монохроматического рентгеновского излучения с длиной волны 150 пм падает на грань кристалла с межплоскостным расстоянием 0,30 нм. Определить углы падения лучей на кристалл для дифракционных максимумов первого и второго порядков.

4. Спектр ртутной лампы получен при помощи дифракционной решетки с периодом 2 мкм. Расстояние на экране между двумя спектральными линиями $\lambda_1 = 577,0$ нм и $\lambda_2 = 579,1$ нм в спектре второго порядка равно 2,6 мм. Определить оптическую силу линзы, проектирующей спектр на экран.

Ответ: 1,0 дптр.

5. Определить процентную концентрацию сахарного раствора, если при прохождении света через трубку, наполненную этим раствором, плоскость поляризации света поворачивается на угол 10° . Длина трубки 2 дм, удельное вращение сахара $[\alpha]$ для данной длины волны равно $1,17 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг.

Ответ: 7,45%.

Вариант № 9

1. Интерференционная картина наблюдается на экране в опыте с зеркалом Ллойда. Монохроматический свет с длиной волны 500 нм падает на зеркало. Расстояние от источника света до экрана 1,5 м. Ширина интерференционной полосы 0,5 мм. Какой станет ширина интерференционной полосы, если источник придвинуть к зеркалу на 0,5 мм? *Ответ:* 1,5 мм.
2. На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца. Когда пространство между плоскопараллельной пластиной и линзой заполнили жидкостью, тот же радиус стало иметь кольцо с номером, на единицу большим. Определить показатель преломления жидкости. *Ответ:* 1,33.
3. Зрительная труба гониометра с прозрачной дифракционной решеткой поставлена под углом 20° к оси коллиматора. При этом в окуляре зрительной трубы видна красная линия спектра гелия ($\lambda_1 = 668$ нм). Чему равна постоянная дифракционной решетки, если обнаружено, что под тем же углом видна синяя линия ($\lambda_2 = 447$ нм) более высокого порядка. Наибольший порядок спектра, который можно наблюдать с помощью данной решетки, равен пяти. Свет падает на решетку нормально. *Ответ:* 3,9 мкм.
4. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения ($\lambda = 147$ пм). Определить расстояние между атомными плоскостями кристалла, если дифракционный максимум второго порядка наблюдается, когда излучение падает под углом $31^\circ 30'$ к поверхности кристалла. *Ответ:* 0,281 нм.
5. Плоскополяризованный монохроматический свет, прошедший через призму Николя, оказывается полностью погашенным. Если же на пути света поместить кварцевую пластинку, то интенсивность прошедшего через николю света уменьшается в 3 раза (по сравнению с интенсивностью света, падающего на призму). Принимая постоянную вращения кварца $\alpha = 0,52$ рад/мм, определить минимальную толщину кварцевой пластинки. Потерями света в николе и в пластинке пренебречь. *Ответ:* 1,18 мм.

Вариант № 10

1. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны 590 нм. Радиус кривизны линзы равен 5 м. Определить толщину воздушного промежутка в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо. Определить радиус третьего светлого кольца. *Ответ:* 0,74 мкм; 2,7 мм.

2. Стеклопластинка, покрытая с обеих сторон пленкой прозрачного вещества (рис. V.2). Для света с длиной волны в вакууме $\lambda_0 = 480$ нм показатель преломления пластинки $n = 1,44$; показатель преломления пленки $n' = 1,20$; показатель преломления воздуха n_0 практически равен единице. При какой минимальной толщине пленки d свет указанной длины волны будет проходить без потерь на отражение? *Ответ:* 0,1 мкм.

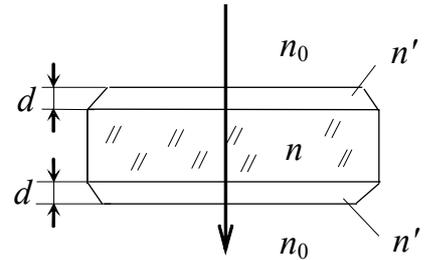


Рис. V.2

3. Плоская световая волна с длиной волны $\lambda = 600$ нм падает по нормали на экран с круглым отверстием. Определить диаметр отверстия, при котором в точке P , лежащей на оси светового пучка на расстоянии $b = 2$ м от экрана, будет наблюдаться максимальная освещенность. *Ответ:* 2,2 мм.

4. Параллельный пучок монохроматического света падает по нормали на прозрачную дифракционную решетку. Параллельно решетке на расстоянии l расположен экран, на котором наблюдается дифракционная картина. Расстояние между главными дифракционными максимумами первого порядка оказалось равным 16,0 см. Затем решетку заменили дифракционной щелью, (расстояние от щели до экрана осталось тем же). Расстояние между дифракционными минимумами третьего порядка оказалось равным 8,0 см. Определить ширину щели, если в опыте использовалась дифракционная решетка с периодом 5 мкм. *Ответ:* 30 мкм.

5. Угол между плоскостями пропускания двух поляризаторов равен 50° . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 8 раз. Определить коэффициент потерь света на поглощение и отражение в поляриоидах.

Ответ: 22,2%.

Вариант № 11

1. Интерференционная картина, наблюдаемая на экране с помощью билинзы Бийе, содержит 15 полос. Точечный источник света расположен на расстоянии 10 см от линзы, экран находится на расстоянии 50 см от линзы, расстояние между полулинзами 0,5 мм. Фокусное расстояние линзы 5 см. Определить длину волны монохроматического света.

Ответ: 500 нм.

2. В интерферометре-рефрактометре две одинаковые трубки длиной $l = 15$ см были заполнены воздухом. Показатель преломления n_0 воздуха равен 1,000277. Когда в одной из трубок воздух заменили ацетиленом, то интерференционная картина сместилась на $k = 84$ полос. Определить показатель преломления ацетилена, если в интерферометре использовался источник монохроматического света с длиной волны 589 нм.

Ответ: 1,000607.

1. Дифракционная решетка имеет 500 штрихов на 1 мм. На решетку нормально падает узкий пучок белого света. На каком расстоянии от центрального максимума окажутся начало и конец видимого спектра (380 – 770 нм) первого порядка на экране, находящемся на расстоянии 2 м от решетки?

Ответ: $l_1 = 0,39$ м; $l_2 = 0,83$ м.

2. Узкий параллельный пучок рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda = 245$ пм падает на естественную грань монокристалла каменной соли. Определить расстояние d между атомными плоскостями монокристалла, если дифракционный максимум второго порядка наблюдается при падении излучения к поверхности монокристалла под углом скольжения $\theta = 61^\circ$.

Ответ: 0,28 нм.

1. Концентрация сахарного раствора 7,5%. При прохождении поляризованного света через трубку, наполненную этим раствором, плоскость поляризации света поворачивается на угол 5° . Длина трубки 10 см. Определить удельное вращение сахара $[\alpha]$ для данной длины волны. *Ответ:* $1,16 \cdot 10^{-2}$ рад·м²/кг.

Вариант № 12

1. Между двумя плоскопараллельными пластинками на расстоянии 10 см от границы их соприкосновения находится проволока диаметром 0,01 мм, образуя воздушный клин. Пластины освещаются монохроматическим светом с длиной волны 600 нм. Определить ширину интерференционных полос, наблюдаемых в отраженном свете. *Ответ:* 3,0 мм.
2. На пути лучей интерференционного рефрактометра поместили трубки длиной 2 см с плоскопараллельными стеклянными торцами. Первоначально трубки были наполнены воздухом, показатель преломления которого $n_0 = 1,000277$. Затем одну из трубок заполнили хлором, при этом интерференционная картина сместилась на 20 полос. Определить показатель преломления хлора, если наблюдения производились в монохроматическом свете с длиной волны 589 нм. *Ответ:* 1,000866.
3. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм. На расстоянии $a = 0,5l$ от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D = 3$ мм. Найдите расстояние l , если преграда закрывает для точки наблюдения только центральную зону Френеля. *Ответ:* 15 м.
4. Определить длину волны, для которой дифракционная решетка с постоянной $d = 3$ мкм в спектре второго порядка имеет угловую дисперсию 2,4 мин/нм. *Ответ:* 457 нм.
5. Луч света переходит из жидкости в стекло. Угол падения луча на поверхность стекла равен 60° , угол преломления 50° . При каком угле падения луча из воздуха на поверхность жидкости свет, отраженный от границы раздела "жидкость–стекло", будет максимально поляризован? Показатель преломления стекла принять равным 1,50. *Ответ:* $83^\circ 40'$.

Список использованной литературы

1. Савельев, И. В. Курс общей физики: учеб. пособие. В 3 т. Т.2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Наука, 1988. – 496 с.
2. Калитеевский, Н. И. Волновая оптика: учеб. пособие для ун-тов. – М.: Высш. шк., 1978. – 383 с.
3. Годжаев, Н. М. Оптика: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1977. – 432 с.
4. Детлаф, А. А., Яворский, Б. М. Курс физики: учеб. пособие для втузов. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.
5. Грабовский, Р. И. Курс физики (для сельскохозяйственных институтов): учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 1980. – 607 с.
6. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / СПб.: Изд-во «Специальная литература»; Изд-во «Лань», 1999. – 328 с.
7. Чертов, А. Г. Физические величины (терминология, определения, обозначения, размерности, единицы): справ. пособие. М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.
8. Чертов, А. Г., Воробьев, А. А. Задачник по физике: учеб. пособие. 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1986. – 496 с.
9. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики: учеб. пособие для студентов втузов. – М.: Высш. шк., 1991. – 303 с.
10. Савельев, И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике: учеб. пособие. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
11. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1978. – 368 с.
12. Сборник задач по общему курсу физики. Оптика / В. Л. Гинзбург, Л. М. Левин, Д. В. Сивухин и др.; под ред. Д. В. Сивухина. – М.: Наука, 1977. – 320 с.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
I. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА	4
I.1. Методы получения когерентных источников света	5
I.2. Условия максимумов и минимумов при интерференции света	7
I.3. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников	9
I.4. Интерференция света в тонких пленках	11
I.5. Кольца Ньютона	14
I.6. Применение интерференции	16
II. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА	21
II.1. Метод зон Френеля	23
II.2. Дифракция света от узкой щели	26
II.3. Метод графического сложения амплитуд	29
II.4. Дифракционная решетка	31
II.5. Характеристики дифракционной решетки как спектрального прибора	33
II.6. Дифракция рентгеновских лучей	35
III. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА	38
III.1. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера	40
III.2. Поляризация света в анизотропных кристаллах. Двойное лучепреломление	41
III.3. Построения Гюйгенса	43
III.4. Поляризационные устройства	44
III.5. Закон Малюса	47
III.6. Оптически активные вещества. Поляриметр	49
III.7. Искусственная анизотропия	51
IV. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	54
V. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ	67
Список использованной литературы	79
Содержание	80

Редактор

Подписано в печать 16.06.2005. Формат 60 × 84 1/16.

Бумага газетная. Усл. печ. л. 3,02. Уч.-изд. л.3,35. Тираж 700 экз.

Заказ ГОУ ВПО Ивановский государственный химико-технологический университет.
153000, г. Иваново, пр. Ф. Энгельса, 7.

Отпечатано на полиграфическом оборудовании кафедры экономики и финансов ГОУ ВПО
«ИГХТУ»